ANÁLISIS Y GESTIÓN DEL RIESGO DE INTERÉS

BLOQUE 1: Conceptos básicos

- Tema 1: Tipos de interés.
- Tema 2: Estructura temporal sobre tipos tipos de interés (ETTI).
- Tema 3: Operaciones realizadas en los los mercados monetarios.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS (ETTI)

1. Valoración de activos financieros de renta fija.
2. Evolución de la ETTI.
3. Estimación de la ETTI.
4. Riesgos asociados a las variaciones de la estructura temporal de tipos de interés.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

1. Valoración de activos financieros de renta fija.

Hipótesis que caracterizan un mercado perfecto:

- No existen fricciones.
  - No hay costes de transacción ni impuestos.
  - Los títulos son infinitamente divisibles.
  - Se aceptan ventas en descubierto.
- Competitividad.
  - Los agentes económicos son maximizadores del beneficio.
  - Los agentes son precio-aceptantes (price taker).
- Ausencia de arbitraje: no se pueden obtener beneficios sin asumir riesgos.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

1. Valoración de activos financieros de renta fija.

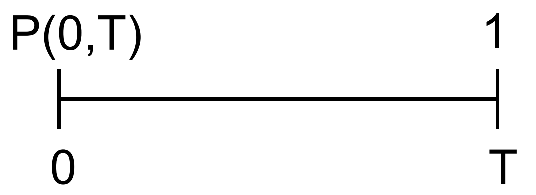
Los activos financieros de renta fija son valores representativos de una parte alícuota de un préstamo bien en forma de títulos, bien en forma de anotaciones en cuenta, emitidos por las Administraciones públicas o por empresas para la obtención de fondos con los cuales financiar sus actividades.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

1. Valoración de activos financieros de renta fija.

Principales activos financieros de renta fija:

- Bonos cupón cero básicos: títulos que garantizan al inversor el pago, por parte del emisor, de un euro en la fecha de vencimiento.



donde:

P(0,T): precio del bono básico.

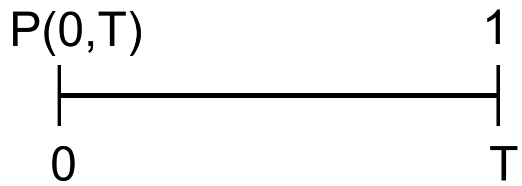
T: plazo hasta el vencimiento.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

1. Valoración de activos financieros de renta fija.

Principales activos financieros de renta fija:

- <u>Bonos cupón cero básicos</u>:



$$P(0,T) = \frac{1}{(1+r_T)^T}$$

P(0,T): precio del bono básico.

T: plazo hasta el vencimiento.

r_T: tipo de interés al contado correspondiente al periodo [0,T].

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

1. Valoración de activos financieros de renta fija.

Principales activos financieros de renta fija:

- Bonos cupón cero básicos:

  Teorema de decrecimiento del precio del bono básico con respecto al vencimiento: si en el instante inicial tenemos dos bonos cupón cero básicos con vencimientos diferentes (T y T´), de forma que la compraventa del título que vence en T sea también posible en T´, para evitar el arbitraje sin riesgo se debe cumplir:

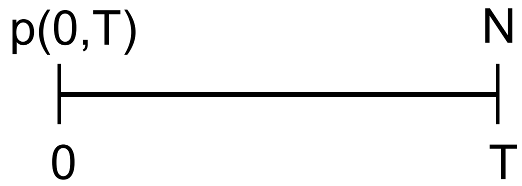
$$P(t,T) > P(t,T'), \quad t \leq T < T'$$

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

1. Valoración de activos financieros de renta fija.

Principales activos financieros de renta fija:

- Bonos cupón cero no básicos: títulos que garantizan al inversor el pago, por parte del emisor, del valor nominal, facial o de reembolso en la fecha de vencimiento.



donde:

p(0,T): precio del bono no básico.

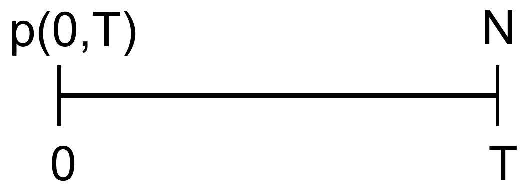
T: plazo hasta el vencimiento.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

1. Valoración de activos financieros de renta fija.

Principales activos financieros de renta fija:

- <u>Bonos cupón cero no básicos</u>:



$$p(0,T) = \frac{N}{(1+r_T)^T}$$

p(0,T): precio del bono no básico.

T: plazo hasta el vencimiento.

r_T: tipo de interés al contado correspondiente al periodo [0,T].

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

1. Valoración de activos financieros de renta fija.

Principales activos financieros de renta fija:

- Bonos cupón cero no básicos:

  Ecuación fundamental de valoración de activos financieros: teniendo en cuenta que los bonos cupón cero son perfectamente divisibles es posible construir una cartera que contenga una cantidad de *N* bonos básicos. Para evitar arbitraje sin riesgo se debe cumplir:

$$p(t,T) = N \cdot P(t,T)$$

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

1. Valoración de activos financieros de renta fija.

Principales activos financieros de renta fija:

- Bonos cupón cero no básicos:

  Ecuación fundamental de valoración de activos financieros: deriva de la condición de ausencia de arbitraje y refleja que el precio actual de un bono no básico debe ser igual al precio de la cartera réplica de dicho bono construida con bonos básicos.

$$p(t,T) = N \cdot P(t,T)$$

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

1. Valoración de activos financieros de renta fija.

Principales activos financieros de renta fija:

- Bonos cupón cero no básicos:

  Dos activos financieros o carteras de activos se replican cuando los recursos generados por ambas son, con certeza, los mismos en cualquier momento futuro:

$$p(t,T) = N \cdot P(t,T)$$

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

1. Valoración de activos financieros de renta fija.

Caso 3:

Obtener la cartera réplica y su coste a partir de bonos básicos de un bono cupón cero de nominal 1.000 euros y vencimiento 3 años. El tipo de interés al contado correspondiente al periodo [0,3] es el 4,85%.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

1. Valoración de activos financieros de renta fija.

Caso 3:

Cartera réplica:

1000 bonos básicos de vencimiento 3 años.

Precio del bono o coste de la cartera:

$$p(0,3) = 1.000 \cdot P(0,3) = 1.000 \cdot \frac{1}{(1+0,0485)^3} =$$

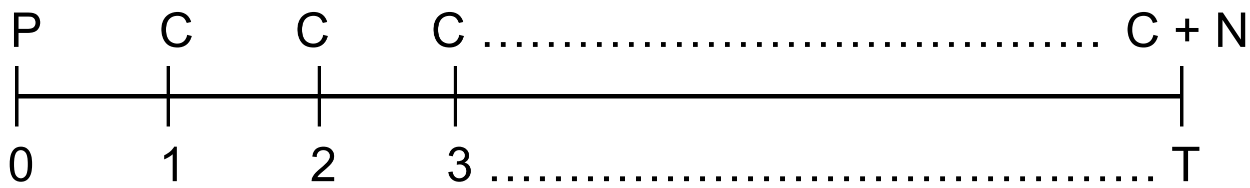
$$= 867,55 \text{ €}$$

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

1. Valoración de activos financieros de renta fija.

Principales activos financieros de renta fija:

- Bonos con cupón: títulos que garantizan al inversor el pago, por parte del emisor, de cupones de interés periódicos y del valor nominal en la fecha de vencimiento.



P: precio del bono

C: cupón periódico

N: valor nominal, facial o de reembolso del título

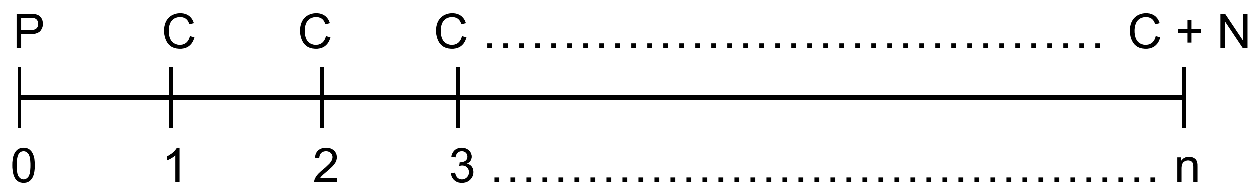
T: nº de periodos hasta la amortización.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

1. Valoración de activos financieros de renta fija.

Principales activos financieros de renta fija:

- <u>Bonos con cupón</u>:



Tipos:

a) Títulos emitidos a la par: P = N

b) Títulos emitidos sobre la par: P > N

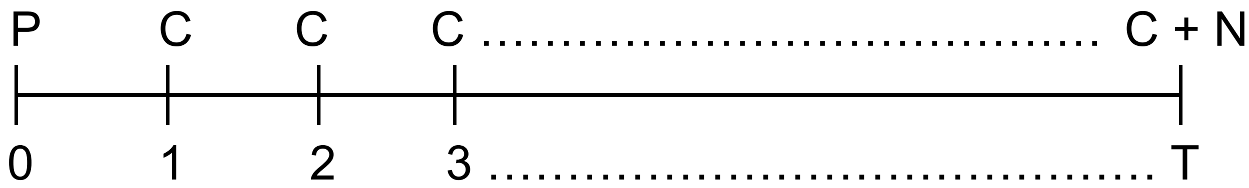
c) Títulos emitidos bajo la par: P < N

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

1. Valoración de activos financieros de renta fija.

Principales activos financieros de renta fija:

- <u>Bonos con cupón</u>:



$$P = \frac{C}{1+r_1} + \frac{C}{(1+r_2)^2} + \ldots + \frac{C+N}{(1+r_T)^T}$$

$$P = \sum_{t=1}^{T} \frac{C}{(1+r_t)^t} + \frac{N}{(1+r_T)^T}$$

r_t: tipo de interés al contado correspondiente al periodo [0,t].

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

1. Valoración de activos financieros de renta fija.

Principales activos financieros de renta fija:

- Bonos con cupón:

  Teorema de linealidad en el precio del bono con cupón: permite replicar un bono con cupón uniendo varios bonos básicos.

$$P = \sum_{k=1}^{T} F_k \cdot P(t,k)$$

P: precio del bono con cupón.

F_k: flujo del periodo *k* del bono con cupón.

P(t,k): precio del bono básico correspondiente al periodo [t,k].

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

1. Valoración de activos financieros de renta fija.

Caso 4:

Obtener la cartera réplica y su coste a partir de bonos básicos de un bono con cupón de nominal 1.000 euros, cupón anual de 50 euros y vencimiento 5 años. Los tipos de interés al contado correspondientes a los periodos [0,1], [0,2], [0,3], [0,4] y [0,5] son: 2,15%, 2,85%, 3,75%, 4,25% y 5,35%, respectivamente.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

1. Valoración de activos financieros de renta fija.

Caso 4:

Cartera réplica:

- 50 bonos básicos de vencimiento 1 año.
- 50 bonos básicos de vencimiento 2 años.
- 50 bonos básicos de vencimiento 3 años.
- 50 bonos básicos de vencimiento 4 años.
- 1.050 bonos básicos de vencimiento 5 años.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

1. Valoración de activos financieros de renta fija.

Caso 4:

Precio del bono o coste de la cartera:

$$P = 50 \cdot P(0,1) + 50 \cdot P(0,2) + 50 \cdot P(0,3) + 50 \cdot P(0,4) + 1.050 \cdot P(0,5) =$$

$$= 50 \cdot \frac{1}{1+0,0215} + 50 \cdot \frac{1}{(1+0,0285)^2} + 50 \cdot \frac{1}{(1+0,0375)^3} +$$

$$+50 \cdot \frac{1}{(1+0,0425)^4} + 1.050 \cdot \frac{1}{(1+0,0535)^5} = 992,44 \text{ €}$$

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

1. Valoración de activos financieros de renta fija.

Principales activos financieros de renta fija:

- Bonos con cupón:

  Modalidades de precios:

  - *Clean price* o precio limpio: es el precio ex-cupón que no incorpora el cupón corrido. Los precios cotizados son precios ex-cupón.
  - *Gross price* o precio sucio: es el precio con cupón, que tiene en cuenta el cupón corrido.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

1. Valoración de activos financieros de renta fija.

Cupón corrido:

Parte del precio de un bono correspondiente al interés devengado desde el pago del último cupón.

$$CC = \text{Importe del cupón} \cdot \frac{\text{Nº días transcurridos desde el pago del último cupón}}{\text{Nº de días entre el pago de cupones}}$$

$$\text{Precio del bono (P)} = \text{Precio ex-cupón} + \text{Cupón corrido (CC)}$$

$$\text{Precio ex-cupón} = \text{\% sobre el valor nominal (N)}$$

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

1. Valoración de activos financieros de renta fija.

Caso 5:

Calcular el día 5 de febrero de 2013 el precio del bono (ES00000122R7 B EST 2.50 31.10.13) si su precio ex-cupón es 100,920% y su nominal 1.000 euros.

Precio del bono (P) = Precio ex-cupón + Cupón corrido (CC)

Días transcurridos desde el pago del último cupón (desde el 31-10-2012 hasta el 5-2-2013): 97 días

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

1. Valoración de activos financieros de renta fija.

Caso 5:

Precio del bono (P) = Precio ex-cupón + Cupón corrido (CC)

$$P_{bono} = P_{ex-cupón} + CC$$

$$P_{ex-cupón} = 1,00920 \cdot 1.000 = 1.009,20\ €$$

$$CC = \left(1.000 \cdot 0,0250\right) \cdot \frac{97}{366} = 25 \cdot \frac{97}{366} = 6,63\ €$$

$$P_{bono} = 1.009,20 + 6,63 = 1.015,83\ € = 101,583\%$$

Es un bono emitido sobre la par porque 1.015,83 € > 1.000 €

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

1. Valoración de activos financieros de renta fija.

Caso 6:

Calcular el día 20 de febrero de 2013 el precio de la obligación, con referencia ES00000120N0 O EST 4.90 30.07.40, si su precio ex-cupón es 86,570% y su nominal 1.000 euros.

$$P_{obligación} = P_{ex-cupón} + CC$$

Días transcurridos desde el pago del último cupón (desde el 30-7-2012 hasta el 20-2-2013): 205 días

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

1. Valoración de activos financieros de renta fija.

Caso 6:

$$P_{obligación} = P_{ex-cupón} + CC$$

$$P_{ex-cupón} = 0,86570 \cdot 1.000 = 865,70 \text{ €}$$

$$CC = \left(1.000 \cdot 0,0490\right) \cdot \frac{205}{365} = 49 \cdot \frac{205}{365} = 27,52 \text{ €}$$

$$P_{obligación} = 865,70 + 27,52 = 893,22 \text{ €} = 89,322\%$$

Es un bono emitido bajo la par porque **893,22 € < 1.000 €**

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

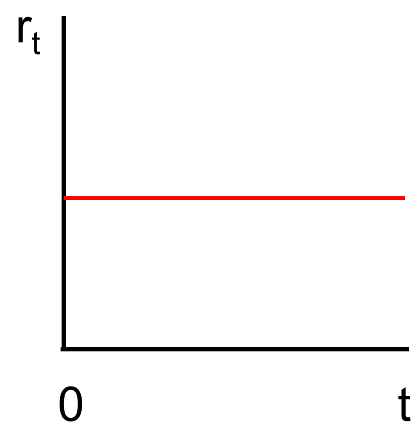
2. Evolución de la ETTI.

ETTI: relación funcional entre el plazo y el tipo de interés al contado.

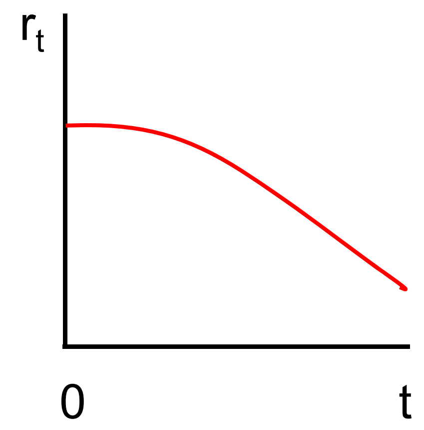
- ETTI plana: los tipos de interés para todos los plazos son iguales.
- ETTI creciente: los tipos a largo plazo son mayores que los tipos a corto plazo.
- ETTI decreciente: los tipos a corto plazo son mayores que los tipos a largo plazo.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

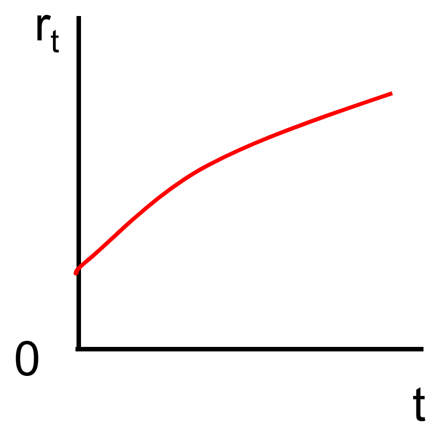
2. Evolución de la ETTI.



ETTI plana



ETTI decreciente



ETTI creciente

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

a) Evolución de la ETTI en condiciones de certidumbre:

Si existe certidumbre total respecto a los tipos de interés futuros y no existen costes de transacción, el tipo *forward* correspondiente a un plazo $[t_1,t_2]$ debería coincidir con el tipo de interés al contado futuro vigente en t_1 para el plazo $[0, t_2-t_1]$:

$$f_{t_1,t_2} = r^{*}_{t_1,t_2}$$

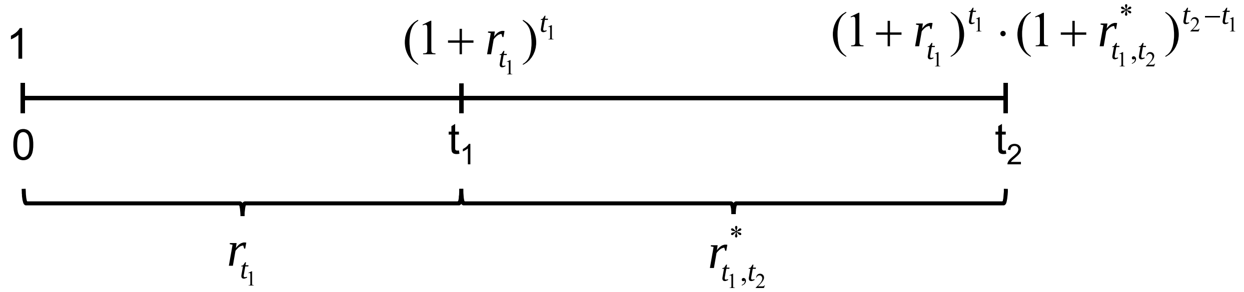
TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

a) Evolución de la ETTI en condiciones de certidumbre:

Consideramos dos estrategias:

1. Invertir 1 € a un plazo de $[0,t_1]$ en bonos cupón cero con vencimiento t_1 y reinvertir el producto de esta inversión a un plazo $[0, t_2-t_1]$:



$$V_{t_2} = (1+r_{t_1})^{t_1} \cdot (1+r^*_{t_1,t_2})^{t_2-t_1}$$

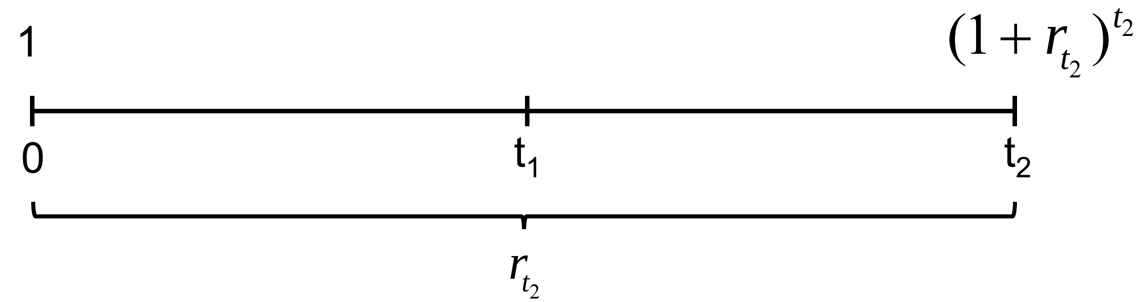
TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

a) Evolución de la ETTI en condiciones de certidumbre:

Consideramos dos estrategias:

2. Invertir 1 € a un plazo de $[0,t_2]$ en bonos cupón cero con vencimiento t_2:



$$V'_{t_2} = (1+r_{t_2})^{t_2} = (1+r_{t_1})^{t_1} \cdot (1+ f_{t_1,t_2})^{t_2-t_1}$$

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

a) Evolución de la ETTI en condiciones de certidumbre:

Casos:

1. Si $r^{*}_{t_1,t_2} > f_{t_1,t_2} \Rightarrow V_{t_2} > V'_{t_2}$

   Nadie estaría dispuesto a invertir en bonos cupón cero con vencimiento t_2, mientras no aumente r_{t_2} o disminuya r_{t_1}.

2. Si $r^{*}_{t_1,t_2} < f_{t_1,t_2} \Rightarrow V_{t_2} < V'_{t_2}$

   Todos optarían por la estrategia segunda, mientras no disminuya r_{t_2} o aumente r_{t_1}.

   Por tanto, sólo si $f_{t_1,t_2} = r^{*}_{t_1,t_2}$ se llega a una situación de equilibrio en la que las dos estrategias son equivalentes.

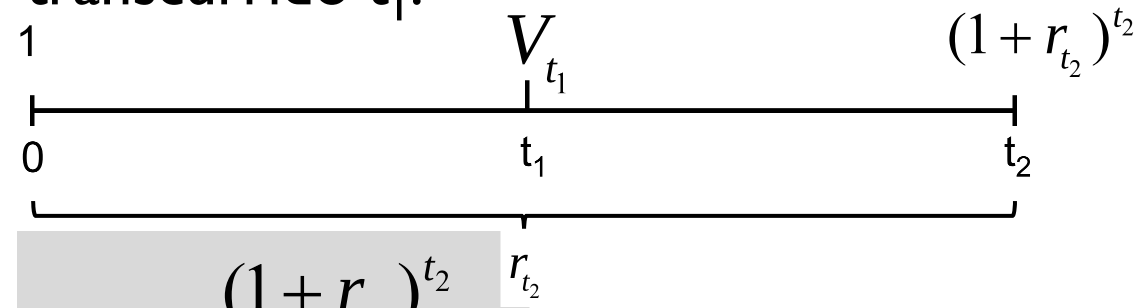
TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

a) Evolución de la ETTI en condiciones de certidumbre:

Consideramos dos estrategias:

1. Invertir 1 € en bonos cupón cero con vencimiento t_2 y venderlos una vez haya transcurrido t_1:



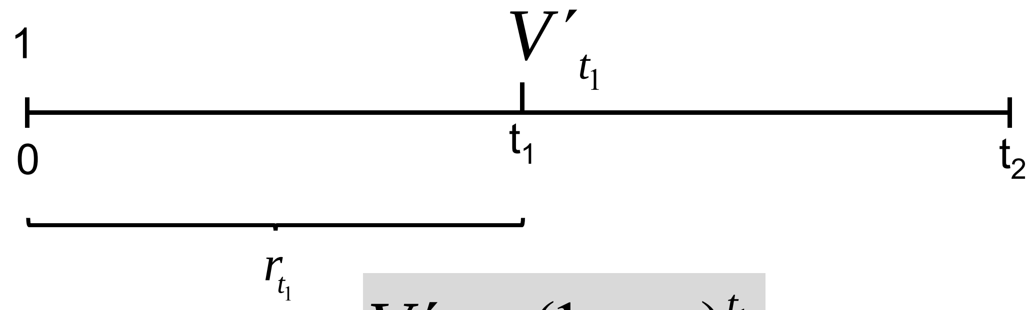
$$V_{t_1} = \frac{(1+r_{t_2})^{t_2}}{(1+r^{*}_{t_1,t_2})^{t_2-t_1}}$$

2. Evolución de la ETTI.

a) Evolución de la ETTI en condiciones de certidumbre:

Consideramos dos estrategias:

2. Invertir 1 € en bonos cupón cero con vencimiento t_1:



$$V'_{t_1} = (1 + r_{t_1})^{t_1}$$

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

a) Evolución de la ETTI en condiciones de certidumbre:

Casos:

1. Si $r^{*}_{t_1,t_2} < f_{t_1,t_2} \Rightarrow V_{t_1} > V'_{t_1}$

   Nadie estaría dispuesto a invertir en bonos cupón cero con vencimiento t_1, ya que sería mejor invertir en bonos cupón cero con vencimiento t_2 y vender en t_1 a un precio superior al que se obtendría mediante la compra en t=0 de un bono cupón cero con vecimiento t_1.

2. Si $r^{*}_{t_1,t_2} > f_{t_1,t_2} \Rightarrow V_{t_1} < V'_{t_1}$

   Por tanto, sólo si $f_{t_1,t_2} = r^{*}_{t_1,t_2}$ el resultado sería igual en las dos estrategias.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

a) Evolución de la ETTI en condiciones de certidumbre:

- Lutz (1940) desarrolla su teoría a partir de las siguientes hipótesis:
  a) Los inversores conocen a priori los tipos de interés al contado a corto plazo que estarán vigentes en las fechas futuras.
  b) No existen costes de transacción.
  c) Los activos financieros con distintos vencimientos son perfectamente sustitutivos.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

a) Evolución de la ETTI en condiciones de certidumbre:

- Conclusiones sobre la relación entre los tipos de interés a corto y largo plazo, según Lutz (1940):
  a) Los tipos de interés al contado a largo plazo pueden interpretarse como una media geométrica de los tipos de interés a corto plazo futuros, teniendo en cuenta

$$(1+r_T)^T = (1+r_1)\cdot(1+f_{1,2})\cdot\ldots\cdot(1+f_{T-1,T})$$

$$(1+r_T)^T = (1+r_1)\cdot(1+r^*_{1,2})\cdot\ldots\cdot(1+r^*_{T-1,T})$$

$$(1+r_T) = \sqrt[T]{(1+r_1)\cdot(1+r^*_{1,2})\cdot\ldots\cdot(1+r^*_{T-1,T})}$$

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

a) Evolución de la ETTI en condiciones de certidumbre:

- Conclusiones sobre la relación entre los tipos de interés a corto y largo plazo, según Lutz (1940):

  b) Los tipos de interés a largo plazo no pueden fluctuar tanto como los tipos de interés a corto plazo.

  c) Es posible que los tipos de interés a largo se muevan en sentido contrario que los tipos de interés a corto plazo.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

a) Evolución de la ETTI en condiciones de certidumbre:

- Conclusiones sobre la relación entre los tipos de interés a corto y largo plazo, según Lutz (1940):

  d) El TIR de un bono a largo plazo será mayor que el tipo de interés a corto plazo si la media de los futuros tipos de interés a corto plazo es mayor que el tipo de interés a corto plazo al contado.

  e) El rendimiento de una inversión para un periodo de tiempo concreto es el mismo con indeferencia del tipo de inversión realizada.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

a) Evolución de la ETTI en condiciones de certidumbre:

Formas de la ETTI:

- Si los tipos de interés futuros van en aumento, los tipos al contado aumentan con el plazo y por tanto la ETTI es creciente.
- Si los tipos de interés futuros van decreciendo, los tipos al contado disminuyen con el plazo y por tanto la ETTI es decreciente.
- Si los tipos de interés futuros son iguales al tipo a corto plazo, la ETTI sería plana.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

b) Teoría pura de las expectativas:

- Los fundamentos de esta teoría se encuentran en Fisher (1930), Hicks (1939) y Lutz (1940).
- Se basan en que las expectativas sobre los futuros tipos de interés al contado a corto plazo tienen una influencia determinante en los tipos de interés al contado a largo plazo existentes en un momento dado.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

b) Teoría pura de las expectativas:

Se puede enunciar de diversas formas:

1. Los tipos de interés *forward* son estimadores insesgados de los tipos de interés futuros:

$$f_{t_1,t_2} = E_t\left[r^*_{t_1,t_2} \right]$$

Deriva del hecho de que en un ambiente de total certidumbre los tipos de interés *forward* deben coincidir con los tipos de interés futuros.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

b) Teoría pura de las expectativas:

Se puede enunciar de diversas formas:

2. La rentabilidad obtenida de la inversión en un título amortizable dentro de T periodos es una media de las rentabilidades esperadas mediante la reinversión sucesiva en títulos amortizables en el plazo de un año.

$$\ln(1+r_T) = \frac{1}{T}\sum_{j=0}^{T-1} E_t\left[\ln(1+r^*_{j,j+1})\right]$$

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

b) Teoría pura de las expectativas:

Se puede enunciar de diversas formas:

2. Enfatiza la primera conclusión de Lutz (1940) referida a que los tipos de interés a largo plazo pueden interpretarse como una media de los tipos de interés futuros a corto plazo.
3. El rendimiento para el periodo de un año de una inversión en títulos de renta fija al descuento es independiente del plazo hasta la amortización del título elegido.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

b) Teoría pura de las expectativas:

Se puede enunciar de diversas formas:

3.
$$E_t\left[\frac{P_1(T-1)-P_0(T)}{P_0(T)}\right]=r_1$$

donde:

P*t*(T): precio en *t* de un título al descuento amortizable dentro de *T* periodos.

El numerador es el incremento producido en un año en el precio de un título de renta fija al descuento amortizable en *T*

2. Evolución de la ETTI.

b) Teoría pura de las expectativas:

Se puede enunciar de diversas formas:

3. Deriva de la quinta conclusión de Lutz (1940), según la cual, para un periodo dado, los rendimientos esperados de invertir en activos de renta fija de diferentes plazos son los mismos.

En ambiente de certidumbre, estas tres formas de enunciar la teoría de las expectativas son equivalentes. Sin embargo, en ambiente de incertidumbre son incompatibles.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

b) Teoría pura de las expectativas:

Formas de la ETTI:

- Si la ETTI es creciente, es decir, si los tipos de interés a largo plazo son mayores que los tipos de interés a corto plazo, los inversores tienen una expectativa de subida de los tipos de interés a corto plazo.
- Si la ETTI es decreciente, es decir, si los tipos a largo plazo son menores que los tipos a corto plazo, la expectativa de los inversores es una bajada de los tipos de interés a corto plazo.
- Si la ETTI es plana, los inversores esperan un mantenimiento de los tipos de interés en sus niveles actuales.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

b) Teoría pura de las expectativas:

Si los tipos de interés *forward* difiriesen de los tipos de interés futuros, se generarían oportunidades de especulación que podrían ser explotadas por los inversores neutrales al riesgo. Casos:

1. Si los tipos *forward* fuesen mayores que los tipos futuros, se podría obtener un beneficio adicional vendiendo títulos a corto plazo y comprando títulos a largo plazo.
2. Si los tipos *forward* fuesen menores que los tipos futuros, dicho beneficio se obtendría vendiendo títulos a largo y comprando títulos a corto.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

c) Teoría de la preferencia por la liquidez:

Según la teoría propuesta por Hicks (1939):

- Los agentes económicos, que tienen aversión al riesgo, consideran los títulos a largo plazo como inversiones más arriesgadas y prefieren adquirir títulos más líquidos, es decir, a corto plazo.
- Los inversores sólo invertirán en títulos a largo plazo a cambio de una prima de liquidez, que será mayor cuanto mayor sea el plazo hasta el vencimiento de los bonos, ya que existe mayor incertidumbre sobre los tipos futuros y además los títulos a largo plazo soportan mayor riesgo de precio.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

c) Teoría de la preferencia por la liquidez:

Según la teoría propuesta por Hicks (1939):

- Los tipos de interés forward correspondientes a un plazo determinado tienen dos componentes:
  a) Los tipos de interés al contado que se espera estén vigentes al comienzo de dicho periodo, de forma similar a lo indicado en la teoría de las expectativas.
  b) Las primas de riesgo correspondientes.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

c) Teoría de la preferencia por la liquidez:

Según la teoría propuesta por Hicks (1939):

- Los tipos de interés *forward* son estimadores sesgados de los tipos de interés al contado futuros, siendo el sesgo la cuantía de la prima de liquidez:

$$f_{t,t+1} = E_t\left[r^*_{t,t+1}\right] + L_t$$

$f_{t,t+1}$: tipo de interés *forward* correspondiente al plazo [t,t+1]

$E_t\left[r^*_{t,t+1}\right]$: tipo de interés a un año que se espera que esté vigente dentro de t periodos.

L_t: prima de liquidez correspondiente al plazo [t,t+1].

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

c) Teoría de la preferencia por la liquidez:

Según la teoría propuesta por Hicks (1939):

- Las primas de riesgo por liquidez deben ser crecientes con el plazo, es decir,

$$0 < L_1 < L_2 < ... < L_T$$

- Las primas de riesgo por liquidez aumentan a una tasa decreciente.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

c) Teoría de la preferencia por la liquidez:

- Para incentivar a los inversores a invertir a largo plazo, los agentes económicos que piden prestados los fondos deben compensar con un tipo de interés superior al que ofrecen las inversiones a corto plazo, es decir, deben ofrecer una prima de liquidez positiva obtenida como diferencia entre el tipo de interés a plazo y la expectativa sobre el tipo de interés al contado futuro.

2. Evolución de la ETTI.

c) Teoría de la preferencia por la liquidez:

Resultados:

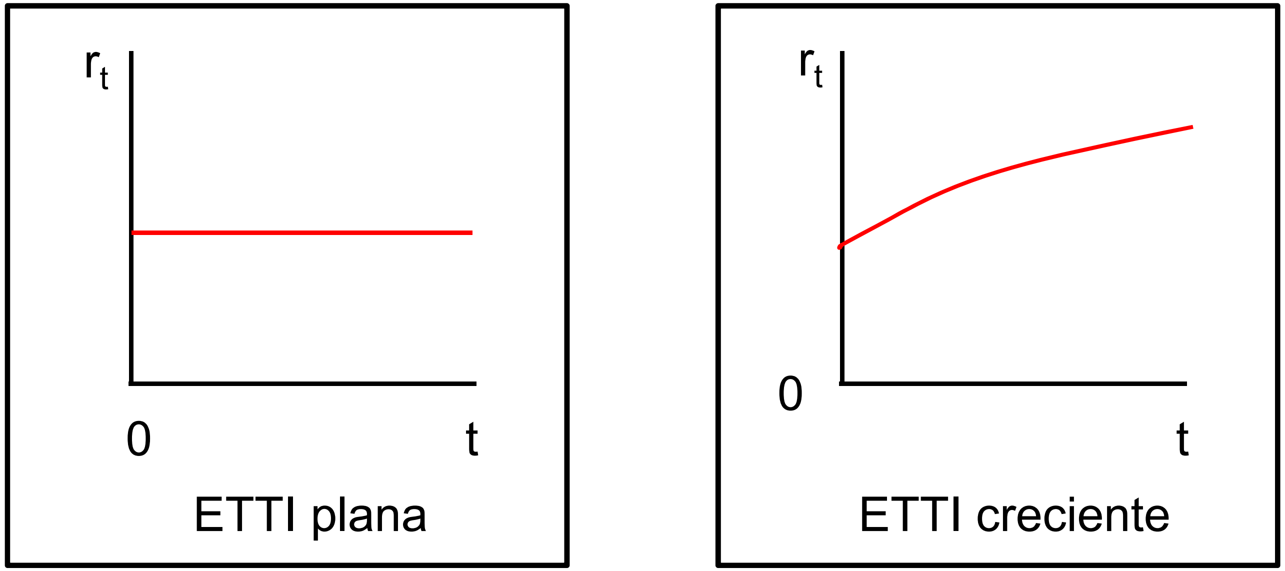
- La ETTI tendrá una tendencia al alza. Así, si en un momento determinado se espera que los tipos de interés a corto plazo permanezcan inalterados, la ETTI presentará una pendiente positiva.
- Los títulos con plazos hasta el vencimiento diferentes no serán ya sustitutos perfectos. Según esta teoría, el rendimiento esperado con la inversión en un título a largo plazo será mayor a la que se esperaría obtener para un mismo periodo mediante la reinversión sucesiva en títulos a corto plazo.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

c) Teoría de la preferencia por la liquidez:

Formas de la ETTI y comparación con la teoría pura de las expectativas:



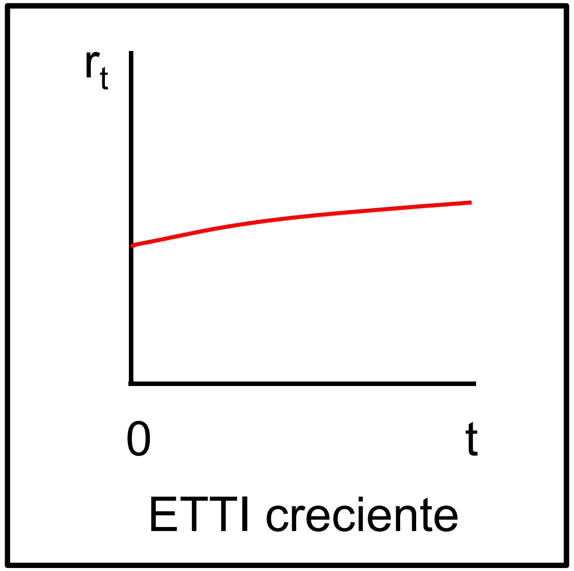
Teoría pura de las expectativas — Teoría de la preferencia por la liquidez

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

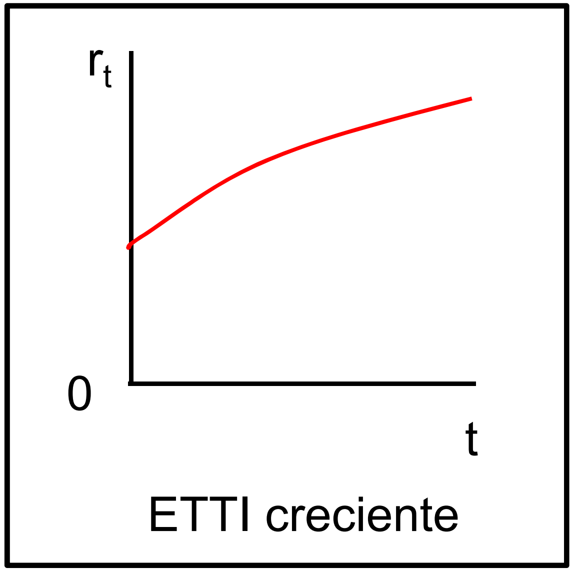
2. Evolución de la ETTI.

c) Teoría de la preferencia por la liquidez:

Formas de la ETTI y comparación con la teoría pura de las expectativas:



Teoría pura de las expectativas

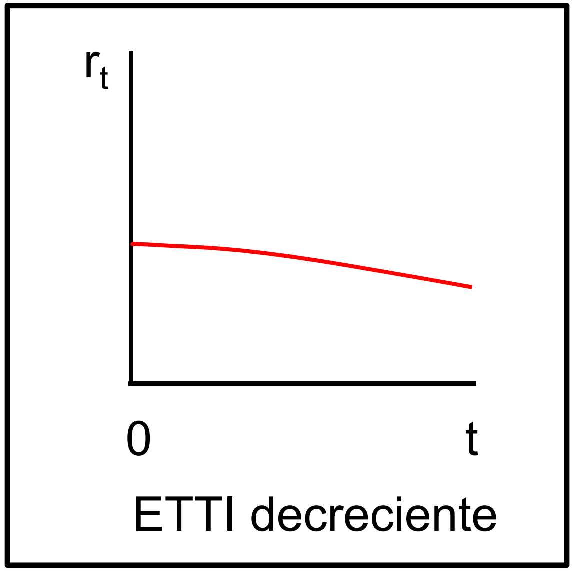


Teoría de la preferencia por la liquidez

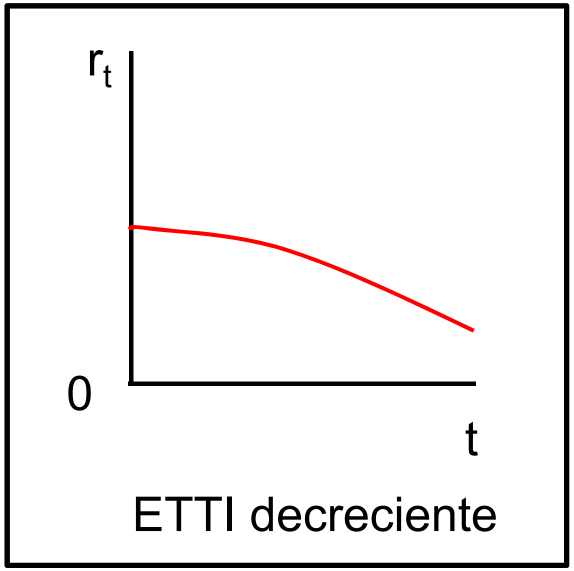
2. Evolución de la ETTI.

c) Teoría de la preferencia por la liquidez:

Formas de la ETTI y comparación con la teoría pura de las expectativas:



Teoría pura de las expectativas



Teoría de la preferencia por la liquidez

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

d) Teoría de la segmentación de mercados:

Esta teoría fue enunciada por Culbertson (1957), que identifica los siguientes factores determinantes de las variaciones en la ETTI:

- Las diferencias de liquidez entre deuda a largo y a corto. Sin embargo, destaca como factor determinante la relación existente entre la demanda y oferta de activos a corto plazo.
- La especulación de los agentes que actúan en el mercados financieros, es decir, las expectativas futuras sobre los tipos de interés, desempeña un papel secundario.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

d) Teoría de la segmentación de mercados:

Esta teoría fue enunciada por Culbertson (1957), que identifica los siguientes factores determinantes de las variaciones en la ETTI:

- Los efectos a corto plazo de los cambios en la estructura de plazos de vencimiento de la oferta de deuda, unidos a las rigideces en la estructura de plazos de vencimiento de la demanda de deuda.
- Las diferencias en los costes del préstamo relacionadas con el vencimiento de la deuda.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

d) Teoría de la segmentación de mercados:

Resumen:

- Esta teoría implica que los agentes económicos son totalmente aversos al riesgo.
- Los tipos de interés a corto o largo plazo vienen determinados fundamentalmente por la demanda y oferta de títulos a corto y a largo plazo, respectivamente.
- Las expectativas desempeñan un papel secundario para explicar las variaciones de la ETTI. Asi, una ETTI creciente no se debería a las expectativas al alza de los tipos a corto plazo futuros. Éstos sólo se moverían al alza en función de la oferta o demanda de títulos a corto plazo.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

e) Teoría del hábitat preferido

- Con los primeros pasos propuestos por Modigliani y Sutch (1967) se combinan los postulados de las teorías anteriores, de forma que para la formación de los distintos tipos de interés se tienen en cuenta las expectativas de los agentes económicos y el hábitat que prefieren.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

e) Teoría del hábitat preferido

- Se supone que el mercado está constituido por agentes que, teniendo la ventaja de invertir en un determinado segmento de vencimiento, están dispuestos a salir de este hábitat preferido invirtiendo también en títulos con un plazo hasta el vencimiento diferente si éstos ofrecen una prima adicional.

$$f_{t,t+1} = E_t\left[r^*_{t,t+1}\right] + L'_t$$

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

e) Teoría del hábitat preferido

- Se supone que los individuos son aversos al riesgo, por lo que sólo estarán dispuestos a no hacer coincidir el horizonte de sus inversiones con su hábitat a cambio de una prima adicional.
- Esta prima puede ser positiva o negativa, dependiendo de los hábitats preferidos de los oferentes o prestamistas y de los demandantes o prestatarios de fondos.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

e) Teoría del hábitat preferido

- Si existe un exceso de oferta de activos de un determinado plazo, los prestamistas estarán dispuestos a ofrecer una prima positiva para compensar el riesgo que supone para los prestatarios salirse de su hábitat.
- Si existe un exceso de demanda, los prestatarios estarán dispuestos a aceptar una menor rentabilidad para compensar a los prestamistas que renuncian a su hábitat.

2. Evolución de la ETTI.

Caso 7:

Si en el momento actual la ETTI es la siguiente:

$$r_1 = 2\%;\ r_2 = 2,5\%;\ r_3 = 3\%;\ r_4 = 3,5\%;\ r_5 = 4\%$$

obtener la ETTI transcurrido un año en ambiente de certidumbre.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

Caso 7:

En ambiente de certidumbre:

$$f_{t_1,t_2} = r^*_{t_1,t_2} = {}_{t_1}r_{t_1+t_2}$$

Por tanto:

$${}_1r_1 = r^*_{1,2} = f_{1,2}$$

$${}_1r_2 = r^*_{1,3} = f_{1,3}$$

$${}_1r_3 = r^*_{1,4} = f_{1,4}$$

$${}_1r_4 = r^*_{1,5} = f_{1,5}$$

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

Caso 7:

$$(1+r_2)^2 = (1+r_1)\cdot(1+r_{1,2}^*) \Rightarrow r_{1,2}^* = \frac{(1+r_2)^2}{(1+r_1)} - 1 = \frac{(1+0,025)^2}{(1+0,02)} - 1 = 0,03$$

$$(1+r_3)^3 = (1+r_1)\cdot(1+r_{1,3}^*)^2 \Rightarrow r_{1,3}^* = \left[\frac{(1+r_3)^3}{(1+r_1)}\right]^{1/2} - 1 = \left[\frac{(1+0,03)^3}{(1+0,02)}\right]^{1/2} - 1 = 0,0350$$

$$(1+r_4)^4 = (1+r_1)\cdot(1+r_{1,4}^*)^3 \Rightarrow r_{1,4}^* = \left[\frac{(1+r_4)^4}{(1+r_1)}\right]^{1/3} - 1 = \left[\frac{(1+0,035)^4}{(1+0,02)}\right]^{1/3} - 1 = 0,04$$

$$(1+r_5)^5 = (1+r_1)\cdot(1+r_{1,5}^*)^4 \Rightarrow r_{1,5}^* = \left[\frac{(1+r_5)^5}{(1+r_1)}\right]^{1/4} - 1 = \left[\frac{(1+0,04)^5}{(1+0,02)}\right]^{1/4} - 1 = 0,0451$$

2. Evolución de la ETTI.

Caso 7:

ETTI transcurrido un año:

$$_1r_1 = r^*_{1,2} = f_{1,2} = 0,03$$

$$_1r_2 = r^*_{1,3} = f_{1,3} = 0,0350$$

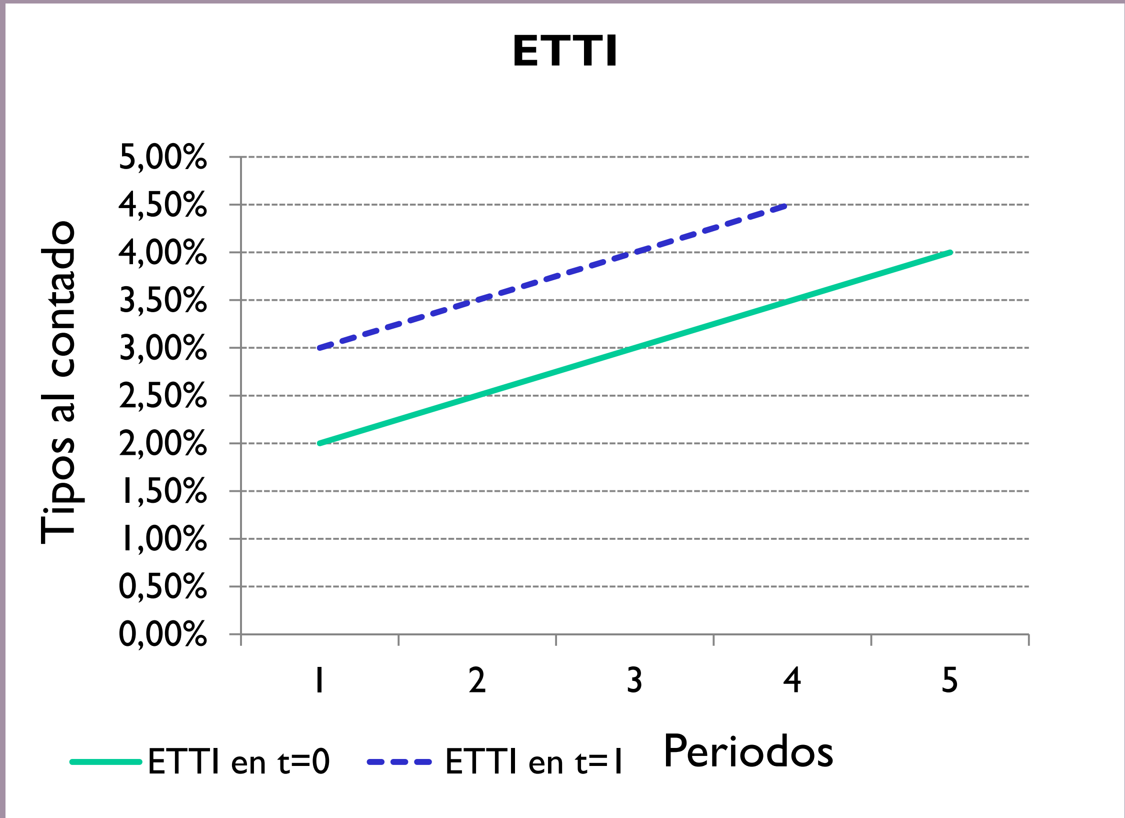
$$_1r_3 = r^*_{1,4} = f_{1,4} = 0,04$$

$$_1r_4 = r^*_{1,5} = f_{1,5} = 0,0451$$

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

Caso 7:



TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

Caso 8:

Si en el momento actual la ETTI es la siguiente:

$$r_1 = 2\%;\ r_2 = 3\%;\ r_3 = 3,5\%;\ r_4 = 3,8\%;\ r_5 = 4\%$$

obtener la ETTI transcurrido un año si los tipos de interés en t=1 son los esperados en t=0 y los tipos *forward* incorporan una prima $L_t = 0,05 \cdot t\%$ correspondiente al plazo [t,t+1] y se mantiene constante a lo largo del tiempo.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

Caso 8:

De la ETTI vigente en t=0 se pueden obtener los tipos *forward* correspondientes a los plazos [1,2], [2,3], [3,4] y [4,5], con la siguiente expresión:

$$(1+r_{t+1})^{t+1} = (1+r_t)^t \cdot (1+ f_{t,t+1})$$

Por tanto, se calculan los tipos de interés a un año esperados dentro de 1, 2, 3 y 4 años, respectivamente, según la teoría pura de las expectativas.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

Caso 8:

$$(1+r_2)^2 = (1+r_1)\cdot(1+f_{1,2}) \Rightarrow f_{1,2} = \frac{(1+r_2)^2}{(1+r_1)} - 1 = \frac{(1+0,03)^2}{(1+0,02)} - 1 = 0,0401$$

$$(1+r_3)^3 = (1+r_2)^2\cdot(1+f_{2,3}) \Rightarrow f_{2,3} = \frac{(1+r_3)^3}{(1+r_2)^2} - 1 = \frac{(1+0,035)^3}{(1+0,03)^2} - 1 = 0,0451$$

$$(1+r_4)^4 = (1+r_3)^3\cdot(1+f_{3,4}) \Rightarrow f_{3,4} = \frac{(1+r_4)^4}{(1+r_3)^3} - 1 = \frac{(1+0,038)^4}{(1+0,035)^3} - 1 = 0,0470$$

$$(1+r_5)^5 = (1+r_4)^4\cdot(1+f_{4,5}) \Rightarrow f_{4,5} = \frac{(1+r_5)^5}{(1+r_4)^4} - 1 = \frac{(1+0,04)^5}{(1+0,038)^4} - 1 = 0,0480$$

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

Caso 8:

Sin embargo, de acuerdo con la teoría de la preferencia por la liquidez, estos tipos *forward* contienen los tipos esperados futuros y una prima por riesgo.

Por tanto, se calculan los tipos esperados futuros con la siguiente expresión:

$$f_{t,t+1} = E_t\left[r^*_{t,t+1}\right] + L_t$$

2. Evolución de la ETTI.

Caso 8:

$$E_0\left[r^*_{1,2}\right] = f_{1,2} - L_1 = 0,0401 - 0,0005 = 0,0396$$

$$E_0\left[r^*_{2,3}\right] = f_{2,3} - L_2 = 0,0451 - 0,001 = 0,0441$$

$$E_0\left[r^*_{3,4}\right] = f_{3,4} - L_3 = 0,0470 - 0,0015 = 0,0455$$

$$E_0\left[r^*_{4,5}\right] = f_{4,5} - L_4 = 0,0480 - 0,002 = 0,046$$

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

Caso 8:

Si en t=1 las expectativas sobre los tipos de interés futuros a un año no hubiesen cambiado, es decir:

$$E_1\left[r^*_{t,T}\right] = E_0\left[r^*_{t,T}\right]$$

Entonces la ETTI en esta fecha se puede obtener recalculando los tipos *forward* en t=1 como la suma de los tipos de interés esperados y la prima correspondiente.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

Caso 8:

$$ {}_1f_{2,3} = E_1\left[r^*_{2,3}\right] + L_1 = 0,0441 + 0,0005 = 0,0446 $$

$$ {}_1f_{3,4} = E_1\left[r^*_{3,4}\right] + L_2 = 0,0455 + 0,001 = 0,0465 $$

$$ {}_1f_{4,5} = E_1\left[r^*_{4,5}\right] + L_3 = 0,046 + 0,0015 = 0,0475 $$

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

Caso 8:

Se calcula finalmente la ETTI en t=1 según la teoría de la preferencia por la liquidez:

$$ {}_1r_1 = E_0\left[r^*_{1,2} \right] = 0,0396 $$

$$ (1+{}_1r_2)^2 = (1+{}_1r_1)\cdot(1+{}_1f_{2,3}) \Rightarrow {}_1r_2 = \left[(1+{}_1r_1)\cdot(1+{}_1f_{2,3})\right]^{1/2} - 1 = $$

$$ = \left[(1+0,0396)\cdot(1+0,0446)\right]^{1/2} - 1 = 0,0421 $$

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

Caso 8:

$$(1+{}_1r_3)^3 = (1+{}_1r_1)\cdot(1+{}_1f_{2,3})\cdot(1+{}_1f_{3,4}) \Rightarrow$$

$${}_1r_3 = \left[(1+{}_1r_1)\cdot(1+{}_1f_{2,3})\cdot(1+{}_1f_{3,4})\right]^{1/3} - 1 =$$

$$= \left[(1+0,0396)\cdot(1+0,0446)\cdot(1+0,0465)\right]^{1/3} - 1 = 0,0434$$

$$(1+{}_1r_4)^4 = (1+{}_1r_1)\cdot(1+{}_1f_{2,3})\cdot(1+{}_1f_{3,4})\cdot(1+{}_1f_{4,5}) \Rightarrow$$

$${}_1r_4 = \left[(1+{}_1r_1)\cdot(1+{}_1f_{2,3})\cdot(1+{}_1f_{3,4})\cdot(1+{}_1f_{4,5})\right]^{1/4} - 1 =$$

$$= \left[(1+0,0396)\cdot(1+0,0446)\cdot(1+0,0465)\cdot(1+0,0475)\right]^{1/4} - 1 = 0,0454$$

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

Caso 8:

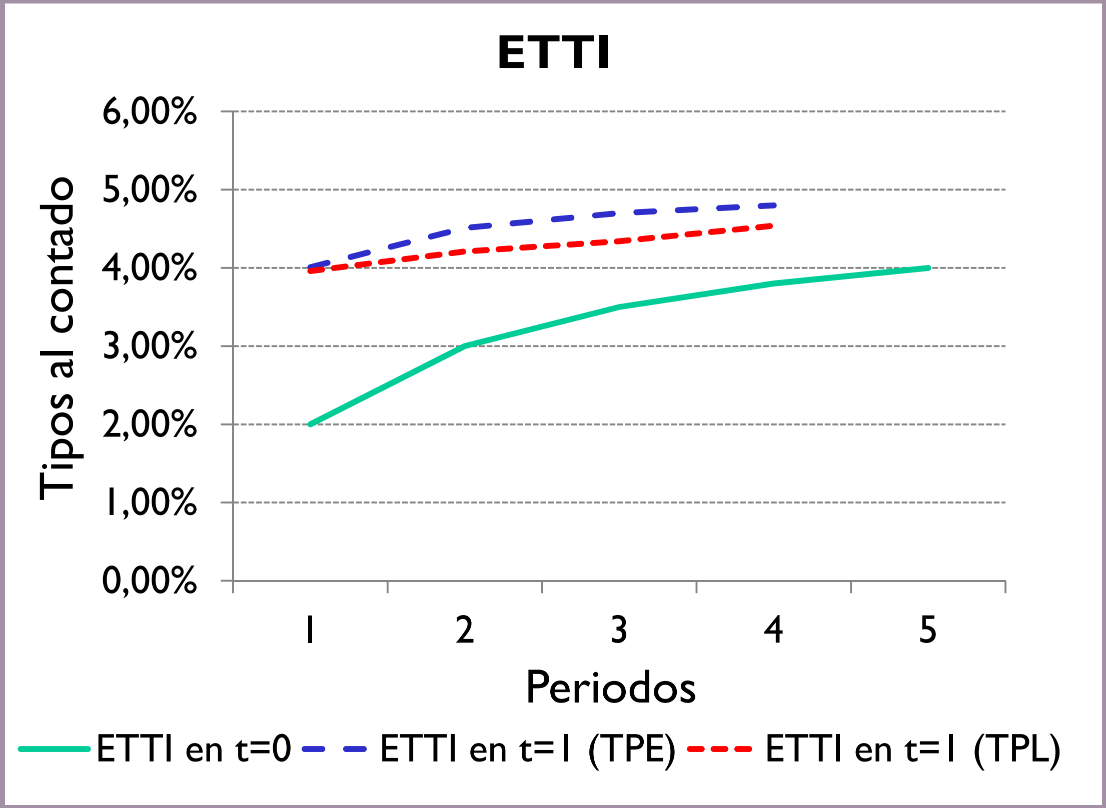
ETTI transcurrido un año:

$$ {}_1r_1 = 0,039 $$
$$ {}_1r_2 = 0,0421 $$
$$ {}_1r_3 = 0,0434 $$
$$ {}_1r_4 = 0,0454 $$

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

2. Evolución de la ETTI.

Caso 8:



TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

3. Estimación de la ETTI.

El principal problema para obtener la ETTI es la no disponibilidad de bonos cupón cero para todos los vencimientos. Por este motivo es necesario recurrir a diferentes métodos de estimación. Se distinguen:

- Métodos no econométricos
- Métodos econométricos
- Modelos de equilibrio dinámico

3. Estimación de la ETTI.

Métodos no econométricos:

Permiten obtener valores discretos de la función de descuento y para obtener la ETTI se interpolan los tipos al contado obtenidos. Núñez (1995) distingue los siguientes:

- Método recursivo
- Metodo de los *swaps*
- Método de los TIR
- Método de los *fras*

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

3. Estimación de la ETTI.

Método recursivo:

- Requisitos: que los bonos tengan las mismas fechas de pago del cupón, que uno de los bonos tenga un sólo pago pendiente y que cada una de las fechas de pago sea la de vencimiento de uno de los bonos. Esto no suele ser frecuente y por este motivo es un método poco utilizado.
- Consiste en resolver un sistema de ecuaciones lineal en forma matricial.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

3. Estimación de la ETTI.

Método recursivo:

- Se plantea la siguiente ecuación: $a \cdot P(0,k) = P$

$$a = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix} \qquad P(0,j) = \begin{pmatrix} P(0,1) \\ P(0,2) \\ \dots \\ P(0,m) \end{pmatrix} P = \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \dots \\ P_n \end{pmatrix}$$

a: matriz de orden nxm de los flujos de pagos generados por los títulos.

P(0, j): factores de descuento, j=1,2, …m (nº de vencimientos)

P_k: precios de los títulos, k=1,2, …, n (nº de bonos)

3. Estimación de la ETTI.

Método recursivo:

- El rango de la matriz *a, r(a),* especifica el número máximo de flujos de pagos linealmente independientes. Por tanto, *n-r(a)* indica cuántos títulos, entre los *n* negociados, son replicables, es decir, cuántos títulos pueden ser obtenidos como carteras construidas con los restantes *r(a)* títulos.
- La ecuación sólo tendrá una solución única si se cumple: $r(a|P) = r(a) = n$

$$n = m$$

3. Estimación de la ETTI.

Método de los *swaps*:

- La ETTI se obtiene a partir de la parte fija de los swaps (permutas financieras de tipos de interés), que equivalen a un bono a la par (con precio igual a 100 u.m. y TIR igual al tipo de interés del cupón) emitido el día que se negocia y con el TIR e interés del cupón igual al tipo de interés fijo del *swap*.
- Se puede obtener la ETTI a partir de los tipos fijos de los *swaps* para un conjunto de vencimientos consecutivos y aplicando la técnica de *bootstrapping*.

3. Estimación de la ETTI.

Método de los TIR:

- Consiste en calcular el TIR de los bonos con cupón constante observados en el mercado, y considerarlos como tipos al contado.
- Este método conduce a ETTI sesgadas, a no ser que sean planas. Si la ETTI es creciente la estimada estará sesgada a la baja, y si es decreciente al alza. El sesgo depende del importe del cupón y del plazo hasta el vencimiento.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

3. Estimación de la ETTI.

Método de los TIR:

- Este método proporciona una aproximación muy trivial a la ETTI porque no tiene en cuenta el "efecto cupón" ya que asimila cada bono con cupón a un bono cupón cero con el mismo rendimiento y el mismo plazo hasta el vencimiento.
- Para solucionar este problema se puede utilizar como plazo hasta el vencimiento de cada bono la duración de Macaulay.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

3. Estimación de la ETTI.

Método de los *fras*:

- Los *fras* son operaciones a plazo cuyo activo subyacente son depósitos interbancarios.
- Si se negociaran *fras* para numerosos plazos y fechas de inicio, se podrían obtener los restantes, así como los tipos al contado, aplicando las condiciones de ausencia de arbitraje en los mercados perfectos. Sin embargo, esto no es así y este método sólo es útil para obtener la estructura del corto y medio plazo, pero no la del largo plazo.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

3. Estimación de la ETTI.

Métodos econométricos:

Se basan en métodos convencionales de regresión e incorporan la incertidumbre en la formación de las expectativas sobre los tipos de interés ya que en los modelos a estimar se incorpora un término error. Según Núñez (1995) se distinguen los siguientes:

- Métodos que estiman una curva teórica a la par.
- Métodos que estiman una función de descuento.

3. Estimación de la ETTI.

Métodos que estiman una curva teórica a la par:

- Consisten en llevar a cabo una regresión que relacione el TIR y el vencimiento de los bonos. Con los parámetros estimados se obtiene el TIR como una función continua del tiempo. Los tipos al contado se calculan aplicando la técnica de *bootstrapping*.
- La alternativa más utilizada se basa en suponer que los TIR estimados corresponden a bonos a la par. Otra posibilidad consiste en construir cupones hipotéticos mediante la interpolación de los existentes.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

3. Estimación de la ETTI.

Métodos que estiman una curva teórica a la par:

- Los principales inconvenientes de este método radica en que no se reconoce que los pagos de los distintos cupones deben descontarse a distintos tipos de interés y que la forma funcional no tiene fundamento teórico.
- Este método sólo proporciona un buen ajuste cuando los TIR negociados en cada plazo se aproximen a los tipos de interés del cupón.

3. Estimación de la ETTI.

Métodos que estiman una función de descuento:

- La ETTI y la estructura temporal de precios al contado proporcionan la misma información expresada de distinta forma. Por tanto, se puede obtener la ETTI estimando la función de descuento, que debe cumplir los siguientes requisitos:
  - Ser monótona y decreciente.
  - Ser positiva.
  - Tomar valor 1 en el instante inicial y 0 en ∞.

3. Estimación de la ETTI.

Métodos que estiman una función de descuento:

- Estos métodos tratan de estimar la función de descuento, bien directamente o bien suponiendo que la misma adopta cierta forma funcional.
- El precio de un bono a la par se expresa como:

$$P_{bono} = P_{ex-cupón} + CC = \sum_{t=1}^{T} \frac{C}{(1+r_t)^t} + \frac{N}{(1+r_T)^T}$$

$$P = C \cdot \sum_{t=1}^{T} (1+r_t)^{-t} + N \cdot (1+r_T)^{-T}$$

$$P = C \cdot \sum_{k=1}^{T} A(t,k) + N \cdot A(t,T)$$

3. Estimación de la ETTI.

Métodos que estiman una función de descuento:

- Esta ecuación se asemeja a una ecuación de regresión lineal si se le añade un término error. En dicha ecuación los coeficientes a estimar son los valores de la función de descuento para los distintos vencimientos y los regresores, el importe de los cupones y el principal.

$$P = C \cdot \sum_{k=1}^{T} A(t,k) + N \cdot A(t,T) + \varepsilon$$

3. Estimación de la ETTI.

Métodos que estiman una función de descuento:

- De esta manera se pueden estimar directamente los valores discretos de la función de descuento e interpolar para obtener los restantes.
- Sin embargo, para poder llevar a cabo esta regresión se requiere disponer de más bonos que vencimientos que determinen el número de parámetros a estimar.

3. Estimación de la ETTI.

Métodos que estiman una función de descuento:

- Cuando no es posible la estimación directa de la función de descuento, una alternativa consiste en imponer una determinada forma funcional a ésta. La aproximación más trivial consiste en utilizar un polinomio de grado *k*:

$$A(0,k) = 1 + a_1 \cdot b^1 + a_2 \cdot b^2 + \ldots + a_k \cdot b^k$$

3. Estimación de la ETTI.

Métodos que estiman una función de descuento:

- Un polinomio de grado suficientemente elevado puede aproximar cualquier función. Sin embargo, ajustará mejor aquellos tramos de la función en los que se disponga de más datos y puede resultar difícil ajustar los extremos de la curva. Un polinomio de grado muy elevado puede producir inestabilidad en los parámetros a estimar.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

3. Estimación de la ETTI.

Métodos que estiman una función de descuento:

- McCulloch (1971 y 1975) señala que esta aproximación conduce a ajustes muy suaves en el corto plazo y demasiado explosivos en el largo plazo, excepto cuando el polinomio es de orden muy elevado. Propone la aproximación mediante esplines de orden cúbico o cuadrático.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

3. Estimación de la ETTI.

Métodos que estiman una función de descuento:

- Ventajas de los esplines:
  - Se estima la ETTI para el periodo continuo observado.
  - Permite una estimación lineal.
  - Es suficientemente flexible para captar las distintas formas de la función de descuento.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

3. Estimación de la ETTI.

Métodos que estiman una función de descuento:

- Inconvenientes de los esplines:
    - Conduce a formas poco suaves en el extremo más alejado de la curva.
    - Implica una función de descuento que diverge con el vencimiento en lugar de tender a 0.
    - No garantiza que la función de descuento sea consistentemente decreciente con el vencimiento.

3. Estimación de la ETTI.

Métodos que estiman una función de descuento:

- Alternativas al método de McCulloch:
  - Polinomios Bernstein (Schaefer, 1981).
  - Esplines exponenciales (Chambers, Carleton y Waldman, 1984).
  - Suavización de esplines (Fisher, Nychka y Zervos, 1995).

Sin embargo, estos métodos no han mejorado el método de McCulloch.

3. Estimación de la ETTI.

Métodos que estiman una función de descuento:

- Nelson y Siegel (1987) proponen un método que es uno de los más utilizados por los bancos centrales nacionales para estimar las ETTI.
- Svensson (1994) ha ampliado el método de Nelson y Siegel para introducir una mayor flexibilidad.
- Son modelos estáticos que tratar de estimar la ETTI en un instante determinado.
- Son modelos parsimoniosos porque conducen a curvas suaves y flexibles.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

3. Estimación de la ETTI.

Métodos que estiman una función de descuento:

- Nelson y Siegel consideran que los tipos de interés a plazo tienden hacia un valor constante en el futuro y adoptan la siguiente forma funcional para la tasa instantánea a plazo:

$$f(m) = \beta_0 + \beta_1 \cdot e^{-m/\tau_1} + \beta_2 \cdot \frac{m}{\tau_1} \cdot e^{-m/\tau_1}$$

$\beta_0 > 0$

β_1 puede ser positivo o negativo e indica que el primer término exponencial es monótonamente decreciente o creciente, respectivamente.

β_2 puede ser positivo o negativo e indica que el segundo término exponencial produce una curvatura (un máximo o un mínimo).

3. Estimación de la ETTI.

Métodos que estiman una función de descuento:

- Además se cumple que:

$$\lim_{m\to\infty} f(m) = \beta_0$$

$$\lim_{m\to 0} f(m) = \beta_0 + \beta_1$$

β_0 representa el tipo instantáneo a plazo correspondiente al periodo hasta el vencimiento más amplio del horizonte temporal considerado.
$(\beta_0+\beta_1)$ constituye el tipo instantáneo a plazo correspondiente al menor periodo hasta el vencimiento considerado (normalmente, la tasa a un día – *overnight rate*).

3. Estimación de la ETTI.

Métodos que estiman una función de descuento:

- Los tipos al contado se pueden obtener como una media de los tipos a plazo:

$$r(m) = \int_{t=0}^{t=m} f(t) \cdot dt = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \cdot \left[\frac{1 - e^{-m/\tau_1}}{m / \tau_1} \right] - \beta_2 \cdot e^{-m/\tau_1}$$

- Se sustituye *r(m)* en la función de descuento continuo:

$$A(0,m) = e^{-r(m) \cdot m} =$$

$$= \exp\left[-\beta_0 - (\beta_1 + \beta_2) \cdot \left[\frac{1 - e^{-m/\tau_1}}{m / \tau_1} \right] + \beta_2 \cdot e^{-m/\tau_1} \right] \cdot m$$

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

3. Estimación de la ETTI.

Métodos que estiman una función de descuento:

- Se estima la ecuación del precio de los bonos por mínimos cuadrados no lineales o máxima verosimilitud, teniendo en cuenta que el vector de parámetros es: $(\beta_0, \beta_1, \beta_{2,} \tau_1)$

$$P = C \cdot \sum_{k=1}^{m} \exp\left[-\beta_0 \cdot k - (\beta_1 + \beta_2) \cdot k \cdot \left[\frac{1 - e^{-k/\tau_1}}{\tau_1} \right] + \beta_2 \cdot k \cdot e^{-k/\tau_1} \right] +$$

$$+ N \cdot \exp\left[-\beta_0 \cdot m - (\beta_1 + \beta_2) \cdot m \cdot \left[\frac{1 - e^{-m/\tau_1}}{\tau_1} \right] + \beta_2 \cdot m \cdot e^{-m/\tau_1} \right] + \varepsilon$$

3. Estimación de la ETTI.

Métodos que estiman una función de descuento:

- El modelo de Svensson añade un tercer término exponencial con dos nuevos parámetros. Esto permite una segunda curvatura en las curvas de tipos al contado y a plazo.

$$f(m) = \beta_0 + \beta_1 \cdot e^{-m/\tau_1} + \beta_2 \cdot \frac{m}{\tau_1} \cdot e^{-m/\tau_1} + \beta_3 \cdot \frac{m}{\tau_2} \cdot e^{-m/\tau_2}$$

3. Estimación de la ETTI.

Métodos que estiman una función de descuento:

- El tipo instantáneo al contado se obtiene como en el modelo de Nelson y Siegel:

$$r(m) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \cdot \left[\frac{1 - e^{-m/\tau_1}}{m/\tau_1} \right] - \beta_2 \cdot e^{-m/\tau_1} + \beta_3 \cdot \left[\frac{1 - e^{-m/\tau_2}}{m/\tau_2} - e^{-m/\tau_2} \right]$$

teniendo en cuenta que el vector de parámetros a estimar es:

$(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \tau_1, \tau_2)$

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

3. Estimación de la ETTI.

Métodos que estiman una función de descuento:

- Uno de los métodos utilizados para estimar los parámetros es el de mínimos cuadrados no lineales que consiste en minimizar una de las dos siguientes funciones objetivo:

1. Minimización de errores en precios:

$$Min \sum_{k=1}^{n} \left[\left(P_k - \widehat{P_k}(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau_1) \right) \right]^2 \text{ Nelson y Siegel}$$

$$Min \sum_{k=1}^{n} \left[\left(P_k - \widehat{P_k}(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \tau_1, \tau_2) \right) \right]^2 \text{ Svensson}$$

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

3. Estimación de la ETTI.

Métodos que estiman una función de descuento:

1. Minimización de errores en precios: puede llevar a un sobreajuste de los precios de los bonos a largo plazo con respecto a los bonos a corto plazo, debido a la relación entre el TIR, el precio y el plazo hasta el vencimiento de un bono. Para corregir este problema se pondera el error en precios por el inverso de la duración.

$$Min \sum_{k=1}^{n} \left[\left(P_k - \widehat{P_k}(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau_1) \right) \right]^2 \cdot \frac{1}{D_k} \text{ Nelson y Siegel}$$

$$Min \sum_{k=1}^{n} \left[\left(P_k - \widehat{P_k}(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \tau_1, \tau_2) \right) \right]^2 \cdot \frac{1}{D_k} \text{ Svensson}$$

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

3. Estimación de la ETTI.

Métodos que estiman una función de descuento:

2. Minimización de errores en TIR.

$$Min\sum_{k=1}^{n}\left[\left(TIR_k-\widehat{TIR_k}(\beta_0,\beta_1,\beta_2,\tau_1)\right)\right]^2 \text{ Nelson y Siegel}$$

$$Min\sum_{k=1}^{n}\left[\left(TIR_k-\widehat{TIR_k}(\beta_0,\beta_1,\beta_2,\beta_3,\tau_1,\tau_2)\right)\right]^2 \text{ Svensson}$$

En los dos criterios de optimización es necesario partir de un vector de parámetros inicial.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

3. Estimación de la ETTI.

Modelos de equilibrio dinámico:

- Son modelos dinámicos basados en la dinámica del mercado y derivados de la teoría de valoración de opciones.
- En los modelos estocásticos de ETTI se asume que el estado del mercado es completamente determinado por un número limitado de variables de estado, las cuales evolucionan de forma impredecible.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

3. Estimación de la ETTI.

Modelos de equilibrio dinámico:

- El caso más estudiado es aquel en el que las variables base siguen trayectorias aleatorias continuas. Se basa en dos premisas fundamentales:
  1. Establecimiento de hipótesis probabilísticas sobre la dinámica estocástica de las variables estado que permiten su modelización estocástica.
  2. Cumplimiento de las hipótesis de los mercados perfectos.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

3. Estimación de la ETTI.

Modelos de equilibrio dinámico:

- En los modelos unifactoriales la única variable estado es la tasa instantánea de interés al contado. Destacan los siguientes:
  - Vasicek (1977)
  - Cox, Ingersoll y Ross – CIR (1985)
- Consideran que la tasa instantánea de interés al contado (*spot rate*) sigue la siguiente ecuación diferencial estocástica:

$$dr(t) = \underbrace{\mu(t, r(t))}_{\text{tendencia de la evolución de } r(t)} + \underbrace{\sigma(t, r(t))}_{\text{volatilidad de la evolución de } r(t)} \cdot \underbrace{dW(t)}_{\text{proceso de Wiener}}$$

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

3. Estimación de la ETTI.

Modelos de equilibrio dinámico:

- Los modelos unifactoriales son muy restrictivos ya que dependen de una variable de estado, permitiéndose desplazamientos paralelos de la curva, lo cual implica que los movimientos de los títulos están perfectamente correlacionados.

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

3. Estimación de la ETTI.

Modelos de equilibrio dinámico:

- Por este motivo diversos autores utilizan modelos bifactoriales que consideran una variable estado más, como por ejemplo, la diferencia entre las tasas instantáneas a largo y corto plazo, la tasa instantánea a largo plazo, la volatilidad de la tasa instantánea a largo plazo, etc. Cabe citar:
  - Schaefer y Schwartz (1984)
  - Heath, Jarrow y Morton – HJM (1992)

TEMA 2: ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

3. Estimación de la ETTI.

Modelos de equilibrio dinámico:

- Los modelos bifactoriales son métodos más realistas, pero no admiten fórmulas cerradas para calcular el precio de los títulos, es decir, la ecuación diferencial no tiene solución y se debe resolver por métodos numéricos.
- Si se utilizan tres o más variables estado los modelos se denominan multifactoriales, pero no mejoran los resultados obtenidos con respecto a los modelos bifactoriales y, además, son mucho más complejos en su resolución.

TEMA 3: OPERACIONES REALIZADAS EN LOS MERCADOS MONETARIOS

4. Riesgos asociados a las variaciones de la estructura temporal de tipos de interés.

Riesgo de mercado o *price risk*

Riesgo de reinversión o *reinvestment risk*

4. Riesgos asociados a las variaciones de la estructura temporal de tipos de interés.

- Riesgo de mercado (*price risk*):

  Riesgo derivado de la variación en el precio de un activo financiero de renta fija causado por las variaciones de tipos de interés, es decir, es la elasticidad del precio de un activo financiero de renta fija respecto a los tipos de interés.

TEMA 3: OPERACIONES REALIZADAS EN LOS MERCADOS MONETARIOS

4. Riesgos asociados a las variaciones de la estructura temporal de tipos de interés.

- Riesgo de reinversión (*reinvestment risk*):

  Riesgo derivado de la posibilidad de no obtener, para un determinado periodo de tiempo, mediante la inversión en activos financieros de renta fija, la rentabilidad que ofrece la ETTI para dicho periodo de tiempo cuando se realiza la inversión.