ANÁLISIS Y GESTIÓN DEL RIESGO DE INTERÉS

BLOQUE 1: Conceptos básicos

- Tema 1: Tipos de interés.
- Tema 2: Estructura temporal sobre tipos tipos de interés (ETTI).
- Tema 3: Operaciones realizadas en los los mercados monetarios.

ANÁLISIS Y GESTIÓN DEL RIESGO DE INTERÉS

BLOQUE 2: Riesgo de variación de los tipos de interés

- Tema 4: Riesgo de mercado (duración y convexidad).
- Tema 5: Riesgo de reinversión (estrategias pasivas y activas de inversión en renta fija).

ANÁLISIS Y GESTIÓN DEL RIESGO DE INTERÉS

BLOQUE 3: Instrumentos para la gestión del riesgo de interés.

- Tema 6: Contratos de tipos de interés a plazo (FRAS).
- Tema 7: Contratos de permuta de tipos de interés (SWAPS).
- Tema 8: Contratos de futuros sobre tipos de interés.
- Tema 9: Contratos de opciones sobre tipos de interés.

BLOQUE II: RIESGO DE VARIACIÓN DE LOS TIPOS DE INTERÉS

TEMA 4. Riesgo de mercado.

TEMA 5. Riesgo de reinversión.

TEMA 4: RIESGO DE MERCADO

1. Riesgo de mercado.
2. Duración.
3. Convexidad.

1. Riesgo de mercado

El riesgo de mercado o *price risk* es la posible variación en el precio de un activo de renta fija como consecuencia de las variaciones en los tipos de interés.

Interesados en evaluar este riesgo:

- Inversores que deseen mantener un determinado nivel en el valor de su cartera.
- Inversores cuyo horizonte de planificación es el corto plazo.

TEMA 4: RIESGO DE MERCADO

1. Riesgo de mercado

$$P = \frac{F_1}{(1+r)} + \frac{F_2}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{F_n}{(1+r)^n} = \sum_{j=1}^{n} \frac{F_j}{(1+r)^j}$$

donde:

P: precio del activo de renta fija. Si se expresa en % sobre el valor nominal se denomina "precio teórico", lo que permite comparar activos con diferentes vencimientos.

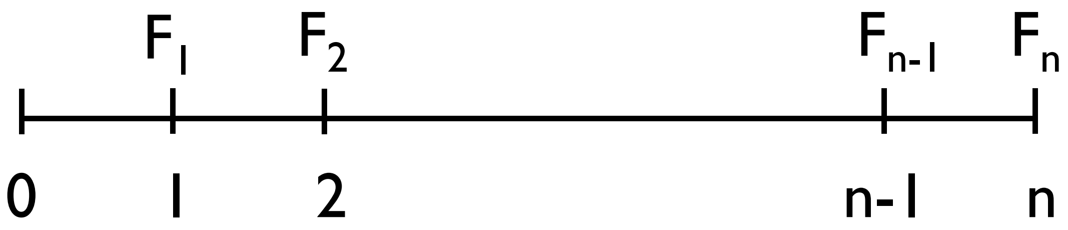
F_j: cuantía del j-ésimo flujo generado por el activo.

r: TIR, que puede ser la de la deuda pública o la de cupón cero de plazo hasta el vencimiento más un diferencial.

n: plazo hasta el vencimiento.

TEMA 4: RIESGO DE MERCADO

1. Riesgo de mercado



$$P = \begin{cases} F_1/(1+r) \\ F_2/(1+r)^2 \\ F_3/(1+r)^{n-1} \\ F_n/(1+r)^n \end{cases}$$

1. Riesgo de mercado

<u>Factores que influyen en el precio de un activo de renta fija</u>:

- El plazo hasta el vencimiento: a mayor plazo menor precio.
- La rentabilidad: a mayor rentabilidad menor precio.
- El cupón: a mayor cupón mayor precio.

TEMA 4: RIESGO DE MERCADO

1. Riesgo de mercado

<u>Determinantes de la sensibilidad de precio de un bono a la variación de tipos de interés</u>:

<u>Propiedades de Malkiel</u>:

1. Los precios de los bonos y los tipos de interés están inversamente relacionados.
2. Para un bono determinado, un descenso del tipo de interés provoca un aumento del precio mayor que la bajada de éste provocada por un aumento del tipo de interés de igual magnitud. Por consiguiente, ante una misma variación en el tipo de interés del mercado, son mayores las plusvalías por aumento del precio que las minusvalías.

1. Riesgo de mercado

<u>Determinantes de la sensibilidad de precio de un bono a la variación de tipos de interés</u>:

<u>Propiedades de Malkiel</u>:

3. Los precios de los bonos a largo plazo son más sensibles a la variación de tipos de interés que los bonos a corto plazo.
4. La sensibilidad del precio de un bono a la variación del tipo de interés es menor a medida que aumenta el vencimiento.

TEMA 4: RIESGO DE MERCADO

1. Riesgo de mercado

Determinantes de la sensibilidad de precio de un bono a la variación de tipos de interés:

Propiedades de Malkiel:

5. El riesgo de tipo de interés está inversamente relacionado con el interés del cupón. Los precios de bonos con cupones bajos son más sensibles a la variación de tipos de interés que los bonos con cupones altos.

TEMA 4: RIESGO DE MERCADO

1. Riesgo de mercado

<u>Determinantes de la sensibilidad de precio de un bono a la variación de tipos de interés</u>:

<u>Propiedad de Homer and Liebowitz</u>:

6. La sensibilidad del precio de un bono a la variación de tipos de interés está inversamente relacionada con la rentabilidad hasta el vencimiento del bono.

El plazo hasta el vencimiento es el principal determinante del riesgo de tipo de interés. Sin embargo, no es suficiente para medir la sensibilidad del precio de un bono a la variación de tipos de interés.

2. Duración

- La duración de Macaulay (1938) es una medida del plazo efectivo hasta el vencimiento de un bono.
- Se calcula como la media ponderada de los plazos hasta el vencimiento de cada flujo de pagos considerando como ponderaciones los valores actuales relativos de cada flujo.

$$D = \sum_{t=1}^{n} \frac{t \cdot \dfrac{F_t}{(1+r)^t}}{P} = \sum_{j=1}^{n} t \cdot \omega_t \qquad \omega_t = \frac{\dfrac{F_t}{(1+r)^t}}{P}$$

ω_t: ponderación del plazo hasta el vencimiento *t*.

2. Duración

Determinantes de la duración:

Plazo hasta el vencimiento:

1. La duración de un bono cupón cero es igual a su plazo hasta el vencimiento.
2. La duración de un bono con cupón es menor que su plazo hasta el vencimiento, si éste es finito y superior a la unidad
3. La duración de un bono con cupón que cotice a la par o por encima de la par es una función monótona creciente respecto del plazo hasta el vencimiento y tiende a (1+r)/r cuando el plazo hasta el vencimiento tiende a infinito.

TEMA 4: RIESGO DE MERCADO

2. Duración

Determinantes de la duración:

Plazo hasta el vencimiento:

4. La duración de un bono con cupón que cotice por debajo de la par alcanza un máximo antes de que el plazo hasta el vencimiento sea infinito, para descender posteriormente hacia el límite (1+r)/r
5. La duración de un bono perpetuo es:

$$D = \frac{1+r}{r}$$

TEMA 4: RIESGO DE MERCADO

2. Duración

Determinantes de la duración:

Tipo de interés del cupón:

6. La duración de un bono está inversamente relacionada con el tipo de interés del cupón, excepto en el caso de los bonos perpetuos.

TIR:

7. La duración de un bono con cupón está inversamente relacionada con su TIR.

TEMA 4: RIESGO DE MERCADO

2. Duración

Otros factores que influyen en la duración:

- Frecuencia en el pago de cupones: tiene una relación inversa con la duración.
- Próximidad o lejanía al pago del cupón: a mayor proximidad menor duración.

2. Duración

La duración es un concepto clave en la gestión de carteras de activos de renta fija por tres motivos principalmente:

- Es una medida del plazo efectivo hasta el vencimiento de la cartera.
- Es una herramienta fundamental para la inmunización de carteras de los riesgos de tipos de interés.
- Es una medida de la sensibilidad de una cartera de activos de renta fija a fluctuaciones de los tipos de interés. Hicks (1939) lo considera como una medida de la elasticidad del valor de una serie de flujos respecto al factor de descuento.

2. Duración

La relación formal entre el riesgo de mercado y la duración se resume en los dos teoremas siguientes:

1. La variación relativa del precio del bono es proporcional a su duración y está relacionada con la variación absoluta de la rentabilidad de mercado (Fisher, 1966).

$$\frac{\Delta P}{P} \simeq -D \cdot \frac{\Delta r}{1+r}$$

$$\frac{\Delta P}{P} \simeq -D_M \cdot \Delta r$$

$$D_M = \frac{D}{1+r}$$

$$\Delta P \simeq -P \cdot \frac{D}{1+r} \cdot \Delta r$$

$$\Delta P \simeq -P \cdot D_C \cdot \Delta r$$

D_C=D_M: duración corregida o modificada

r: rentabilidad de mercado.

2. Duración

La relación formal entre el riesgo de mercado y la duración se resume en los dos teoremas siguientes:

2. Para un cambio porcentual dado en el rendimiento de mercado, el cambio porcentual en los precios de los bonos varía proporcionalmente con la duración, y es mayor cuanto mayor sea la duración del bono (Hopewell y Kaufman, 1973).

TEMA 4: RIESGO DE MERCADO

2. Duración

Factores que determinan la sensibilidad del precio de un activo financiero frente a las variaciones de tipos de interés:

- El periodo de amortización.
- El TIR del activo financiero.
- El tipo de interés del cupón del título.

TEMA 4: RIESGO DE MERCADO

2. Duración

Con respecto al plazo hasta el vencimiento:

- El riesgo de mercado de un bono cupón cero es siempre mayor que el de un riesgo con cupón si tienen el mismo plazo hasta el vencimiento.
- En el caso de un bono con cupón que cotice a la par, o por encima de la par, cuanto mayor sea su plazo hasta el vencimiento, mayor será su riesgo de mercado.
- En el caso de un bono con cupón que cotice bajo la par, su riesgo de mercado se incrementa al aumentar su plazo hasta el vencimiento, alcanzando un máximo, a partir del cual decrece ligeramente.

2. Duración

Con respecto al tipo de interés del cupón:

- Cuanto mayor es el tipo de interés del cupón, menor es el riesgo de mercado del título.

Con respecto al TIR del título:

- Cuanto mayor es el TIR de un título, menor es su riesgo de mercado.

Resumen:

- Cuanto mayor sea la duración, mayor será la volatilidad proporcional en el precio para un cambio en el TIR del bono (Hopewell y Kaufman, 1973).

TEMA 4: RIESGO DE MERCADO

2. Duración

Formas alternativas de calcular la sensibilidad, la duración corregida y la duración:

- La sensibilidad del precio de un bono a la variación de tipos de interés es la derivada primera del precio del bono respecto a la variación de la TIR:

$$S = \sum_{t=1}^{n} -t \cdot \frac{F_t}{(1+r)^{t+1}}$$

2. Duración

Formas alternativas de calcular la sensibilidad, la duración corregida y la duración:

- La duración corregida es la sensibilidad relativa con respecto al precio, cambiada de signo:

$$D_C = -\frac{S}{P} = \sum_{t=1}^{n} \frac{t \cdot \frac{F_t}{(1+r)^{t+1}}}{P}$$

- La duración se puede obtener a partir de la duración corregida:

$$D = D_C \cdot (1+r)$$

TEMA 4: RIESGO DE MERCADO

2. Duración

<u>Duración de una cartera de títulos de renta fija</u>:

- Media ponderada de las duraciones de los títulos que integran la cartera.
- La ponderación es la proporción del valor actual de los títulos de cada tipo en el valor total de la cartera:

$$D_{cartera} = \sum_{t=1}^{n} D_t \cdot \frac{P_t}{V_c}$$

D_t: duración del título *t*.
P_t: valor actual de los títulos del tipo *t*.
V_c: valor total de la cartera.

2. Duración

Valor del punto básico o *Basic Point Value*:

- Medida alternativa a la duración para valorar el riesgo de mercado.
- El valor del punto básico es el cambio en el precio de un activo de renta fija derivado de una variación de un punto básico (0,01%) en su TIR. Se expresa en unidades monetarias.

$$\mathrm{BPV} = -\mathrm{P} \cdot \mathrm{D_C} \cdot 0,0001$$

2. Duración

Valor del punto básico o *Basic Point Value*:

Ventajas con respecto a la duración (Oberhoffer, 1988):

- El BPV expresa de forma concreta la sensibilidad del precio de un activo con respecto al tipo de interés, en unidades monetarias, en lugar de hacerlo de forma abstracta como la duración.
- El BPV no requiere una interpretación correcta del contexto en el que es calculado. Sin embargo, para entender la duración de un título se debe calcular su precio y su TIR. El BPV resume en una única cifra el efecto de las tres variables anteriores.

TEMA 4: RIESGO DE MERCADO

2. Duración

Valor del punto básico o *Basic Point Value*:

Inconveniente del BPV:

- No debe ser utilizado para comparar el riesgo de mercado de títulos diferentes debido a que el BPV depende de cuál sea el valor de esos títulos.

TEMA 4: RIESGO DE MERCADO

2. Duración

Limitaciones de la duración y del valor del punto básico como medidas del riesgo de mercado:

- La duración y el BPV son sólo medidas correctas del riesgo de mercado para cambios lo suficientemente pequeños del tipo de interés.
- Son medidas precisas del riesgo de mercado sólo para los títulos al descuento o cupón cero.
- Para los demás títulos sólo serán medidas del riesgo de mercado si la ETTI es plana y las variaciones de la misma son movimientos paralelos de todos los tipos de interés del mercado.

TEMA 4: RIESGO DE MERCADO

2. Duración

Caso 1:

Un bono con plazo hasta el vencimiento de 15 años tiene un tipo de interés del cupón anual del 5% y una rentabilidad hasta el vencimiento del 6%. Calcular:

a) El precio del bono.
b) La duración.
c) ¿Qué sucederá con el precio del bono si la rentabilidad hasta el vencimiento se incrementa 100 p.b.?

TEMA 4: RIESGO DE MERCADO

2. Duración

Caso 1:

a) El precio del bono.

$$P = 50 \cdot a_{\overline{15}|0,06} + \frac{1.000}{(1,06)^{15}} = 902,88\ €$$

b) La duración.

$$D = \frac{1 \cdot \frac{50}{1,06} + 2 \cdot \frac{50}{(1,06)^2} + \ldots + 14 \cdot \frac{50}{(1,06)^{14}} + 15 \cdot \frac{1.050}{(1,06)^{15}}}{902,88}$$

$$D = 10,66 \text{ años}$$

2. Duración

Caso 1:

c) ¿Qué sucederá con el precio del bono si la rentabilidad hasta el vencimiento se incrementa 100 p.b.?

$$\frac{\Delta P}{P} = -D_M \cdot \Delta r = -\frac{10,66}{1+0,06} \cdot 1 = -10,06\%$$

$$\frac{P_1 - P_0}{P_0} = -10,06\%$$

$$P_1 = P_0 \cdot (1-0,1006) = 902,88 \cdot (1-0,1006) = 812,05\ €$$

$$\Delta P = P_1 - P_0 = 812,05 - 902,88 = -90,83$$

TEMA 4: RIESGO DE MERCADO

2. Duración

Caso 2:

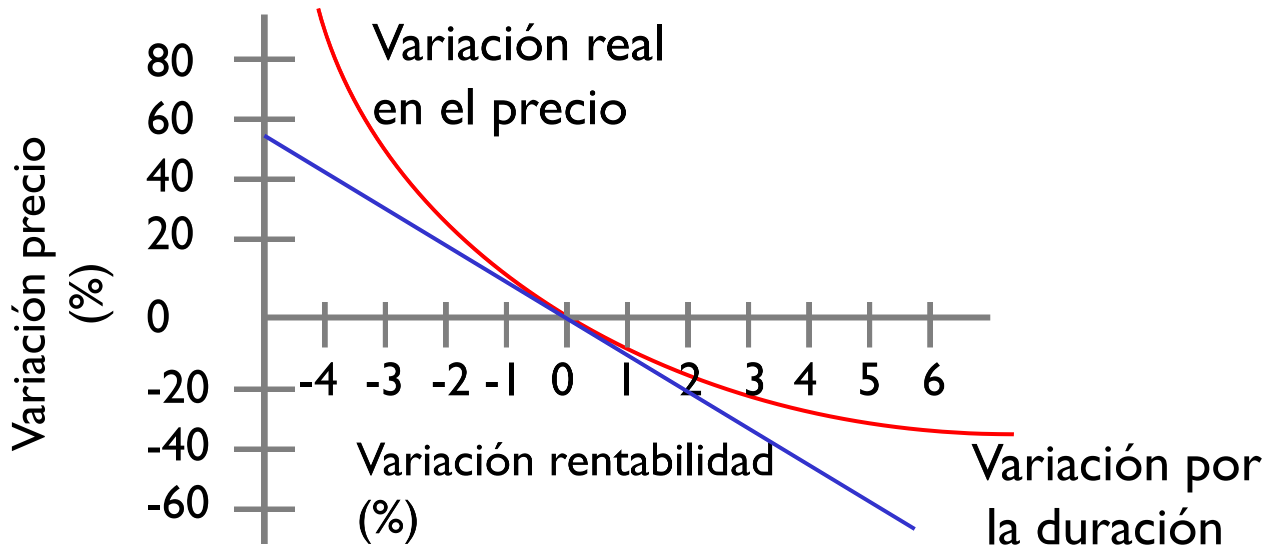
Calcular la duración de un bono perpetuo que paga 100 euros anualmente si la rentabilidad hasta el vencimiento es el 8%.

$$D = \frac{1+0,08}{0,08} = 13,50 \text{ años}$$

TEMA 4: RIESGO DE MERCADO

3. Convexidad

La relación entre la variación relativa en el precio de un bono y su TIR no es lineal, sino estrictamente convexa. La duración proporciona una buena aproximación para cambios pequeños en la rentabilidad, pero no para fluctuaciones grandes.



TEMA 4: RIESGO DE MERCADO

3. Convexidad

- La convexidad es la curvatura de la relación precio-rentabilidad de un bono.
- La convexidad permite estimar con mayor precisión la variación en el precio de un bono respecto a la variación del tipo de interés ya que la utilización de la duración:
  - Subestima el aumento del precio cuando baja la rentabilidad.
  - Sobrestima la bajada del precio cuando aumenta la rentabilidad.

3. Convexidad

Precio de un título de renta fija como función del tipo de interés, según la fórmula de Taylor:

$$\Delta P = \underbrace{\frac{dP}{dr} \cdot \Delta r}_{\text{variación absoluta en el P debida a la duración}} + \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \frac{d^2P}{dr^2} \cdot (\Delta r)^2}_{\text{variación absoluta en el P debida a la convexidad}} + \text{Resto}$$

Dividiendo ambos miembros por el precio:

$$\frac{\Delta P}{P} = \underbrace{\frac{dP}{dr} \cdot \frac{1}{P} \cdot \Delta r}_{\text{variación relativa en el P debida a la duración}} + \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \frac{d^2P}{dr^2} \cdot \frac{1}{P} \cdot (\Delta r)^2}_{\text{variación relativa en el P debida a la convexidad}} + \text{Resto}$$

3. Convexidad

En terminos absolutos, la convexidad es la diferencia entre el precio del bono y su precio estimado de acuerdo con la duración corregida.

En terminos relativos, la convexidad es la diferencia entre la variación porcentual del precio del bono y la variación porcentual del precio estimada según su duración corregida, es decir, es la variación porcentual del precio no explicada por su duración corregida.

3. Convexidad

- La convexidad es la segunda derivada parcial del precio de un bono respecto a la variación de la TIR:

$$C = \frac{d^2P}{dr^2} = \sum_{t=1}^{n} t \cdot (t+1) \cdot \frac{F_t}{(1+r)^{t+2}}$$

C: convexidad absoluta

- Convexidad modificada o corregida:

$$C_M = \frac{C}{P}$$

- Coeficiente de convexidad:

$$CC = \frac{1}{2} \cdot \frac{d^2P}{dr^2} \cdot \frac{1}{P} = \frac{1}{2} \cdot \frac{C}{P} = \frac{1}{2} \cdot C_M$$

3. Convexidad

La convexidad es siempre positiva y beneficia siempre a las carteras de renta fija porque la mayor convexidad de una cartera de renta fija supone que:

- Ante bajadas del tipo de interés, el valor de la cartera aumenta por encima de lo previsto según su duración corregida.
- Ante subidas del tipo de interés, la caída del valor de la cartera es inferior a la prevista por su duración corregida.

3. Convexidad

Caso 3:

Un bono con vencimiento a 15 años y un cupón del 5% se vende a una rentabilidad inicial al vencimiento del 5% El bono se vende al valor nominal, que es de 1.000 euros. Si la rentabilidad se incrementa 200 p.b., calcular:

a) La duración modificada.

b) La convexidad.

c) La variación en el precio del bono debida a la duración y el precio estimado.

d) La variación en el precio del bono debida a la duración+convexidad y el precio estimado.

e) Los errores debidos a la duración y a la duración+ convexidad.

3. Convexidad

Caso 3:

a) Duración modificada

$$D = \frac{1 \cdot \frac{50}{1,05} + 2 \cdot \frac{50}{(1,05)^2} + ... + 14 \cdot \frac{50}{(1,05)^{14}} + 15 \cdot \frac{1.050}{(1,05)^{15}}}{1.000}$$

$$D = 10,54 \text{ años}$$

$$D_M = \frac{10,54}{1,05} = 10,04 \text{ años}$$

b) Convexidad

$$C = \sum_{t=1}^{15} CF \cdot t \cdot (t+1) \cdot (1,05)^{-t-2} = 135.080$$

$$C_M = \frac{C}{P} = \frac{135.080}{1.000} = 135,08$$

3. Convexidad

Caso 3:

c) Variación en el precio del bono debida a la duración y precio estimado.

$$\frac{\Delta P}{P} = -D_M \cdot \Delta r = -10,04 \cdot 2 = -20,08\%$$

$$\Delta P = 1.000 \cdot 0,2008 = -200,80 \text{ €}$$

$$\widehat{P_1} = P_0 \cdot (1 - 0,2008) = 1.000 \cdot (1 - 0,2008)$$

$$\widehat{P_1} = 799,20 \text{ €}$$

3. Convexidad

Caso 3:

d) Variación en el precio del bono debida a la duración+convexidad y precio estimado.

$$\frac{\Delta P}{P} = -D_M \cdot \Delta r + \frac{1}{2} \cdot C \cdot (\Delta r)^2$$

$$\frac{\Delta P}{P} = -10,04 \cdot 0,02 + \frac{1}{2} \cdot 135,08 \cdot (0,02)^2$$

$$\frac{\Delta P}{P} = -0,1738 = -17,38\%$$

$$\Delta P = -1.000 \cdot 0,1738 = -173,80\ €$$

$$\widehat{P_1}' = P_0 \cdot (1 - 0,1738) = 1.000 \cdot (1 - 0,1738) = 826,20\ €$$

3. Convexidad

Caso 3:

e) Errores debidos a la duración y a la duración+convexidad.
Precio real del bono después del incremento en la rentabilidad:

$$P_1 = \frac{50}{1,07} + \frac{50}{(1,07)^2} + \ldots + \frac{50}{(1,07)^{14}} + \frac{1.050}{(1,07)^{15}}$$

$$P_1 = 50 \cdot a_{\overline{15}|\,0,07} + \frac{1.050}{(1,07)^{15}} = 817,84\ €$$

Errores:

$$\varepsilon_D = P_1 - \widehat{P_1} = 817,84 - 799,20 = 18,64\ €$$

$$\varepsilon_{D+C} = P_1 - \widehat{P_1}' = 817,84 - 826,20 = -8,36\ €$$