

TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

- 3.1. Concepto y representación gráfica de operación financiera de capitalización compuesta.
- 3.2. Cálculo del valor actual, montante, tiempo e interés en operaciones financieras de capitalización compuesta.
- 3.3. Concepto y representación gráfica de operación financiera de descuento compuesto.

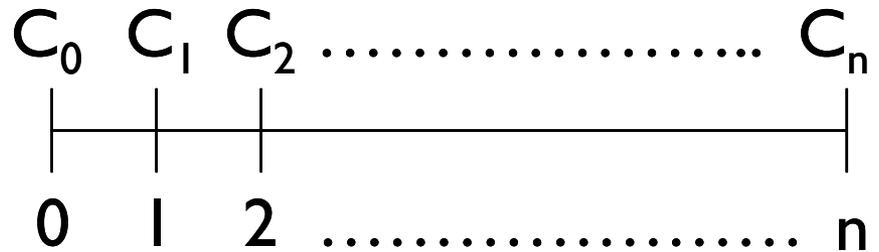
TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

- 3.4. Cálculo del valor efectivo, valor nominal, tiempo y descuento en operaciones financieras de descuento compuesto.
- 3.5. Comparación entre la capitalización simple y la compuesta.
- 3.6. Comparación entre el descuento simple y el compuesto.
- 3.7. Tipos de interés equivalentes y tipos de descuento equivalentes.
- 3.8. Concepto y cálculo del capital equivalente, vencimiento común y vencimiento medio.

TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.1. Operación financiera de capitalización compuesta.

$$I_n = C_{n-1} \cdot i$$



$$C_1 = C_0 + I_1 = C_0 + C_0 \cdot i = C_0 \cdot (1+i)$$

$$C_2 = C_1 + I_2 = C_1 + C_1 \cdot i = C_1 \cdot (1+i) = C_0 \cdot (1+i)^2$$

...

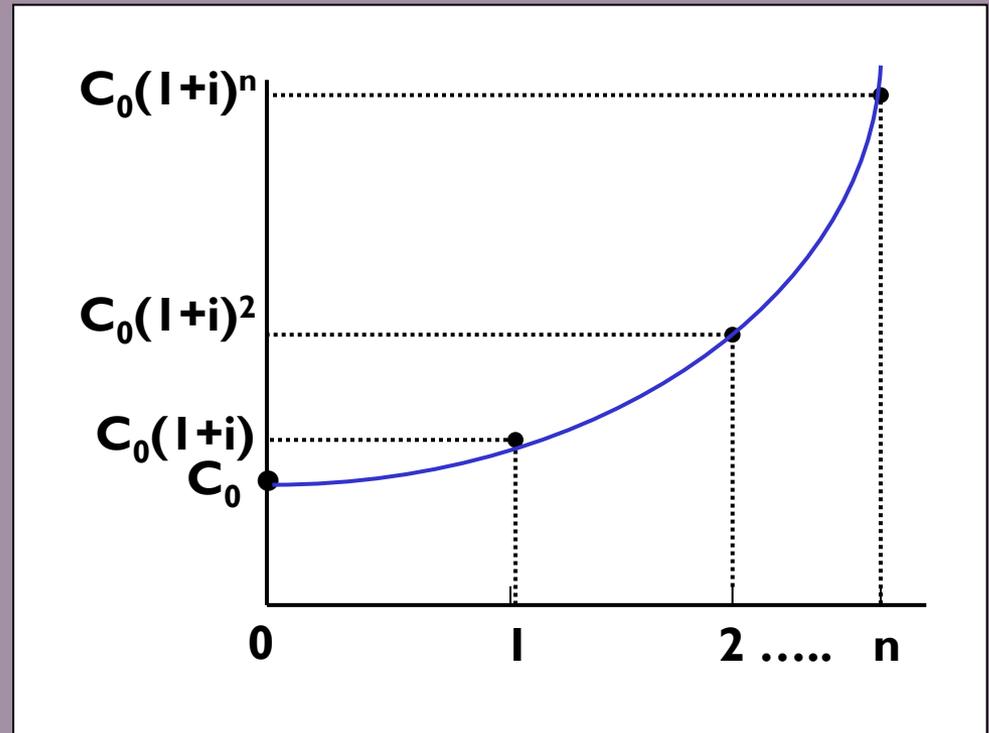
$$C_{n-1} = C_{n-2} + I_{n-1} = C_{n-2} + C_{n-2} \cdot i = C_{n-2} \cdot (1+i) = C_0 \cdot (1+i)^{n-1}$$

$$C_n = C_{n-1} + I_n = C_{n-1} + C_{n-1} \cdot i = C_{n-1} \cdot (1+i) = C_0 \cdot (1+i)^n$$

TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.1. Operación financiera de capitalización compuesta.

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n$$



TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.2. Valor actual, montante, tiempo e interés en las operaciones financieras de capitalización compuesta.

$$I = C_n - C_0$$

$$I = C_0 \cdot (1 + i)^n - C_0$$

$$I = C_0 \cdot [(1 + i)^n - 1]$$

$$C_n = C_0 + I$$

$$C_n = C_0 \cdot (1 + i)^n$$

$$i = \left(\frac{C_n}{C_0} \right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

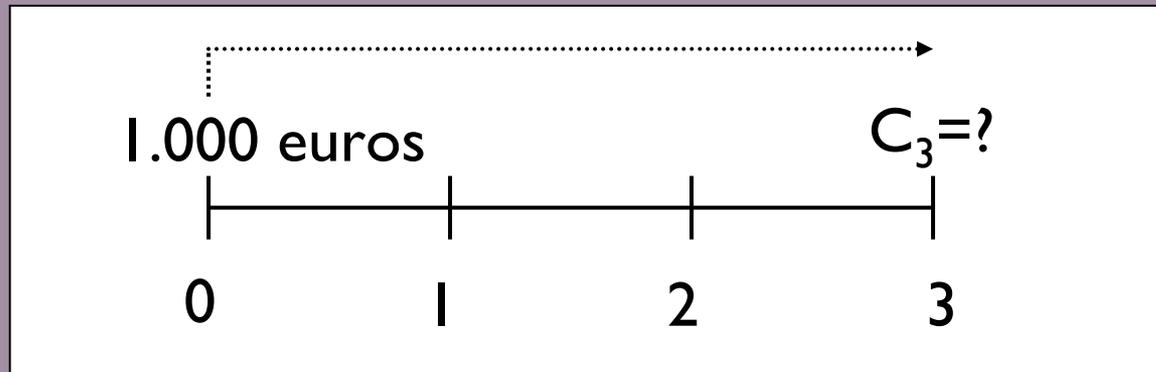
$$n = \frac{\ln \frac{C_n}{C_0}}{\ln(1 + i)}$$

TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.2. Valor actual, montante, tiempo e interés en las operaciones financieras de capitalización compuesta.

Ejemplo I:

Calcular el capital final y el interés de un capital de 1.000 euros al 7% anual de interés al cabo de tres años.



TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.2. Valor actual, montante, tiempo e interés en las operaciones financieras de capitalización compuesta.

Ejemplo I:

Calcular el capital final y el interés de un capital de 1.000 euros al 7% anual de interés al cabo de tres años.

$$C_n = C_0 \cdot (1 + i)^n = 1.000 \cdot (1 + 0,07)^3 = 1.225,04 \text{ €}$$

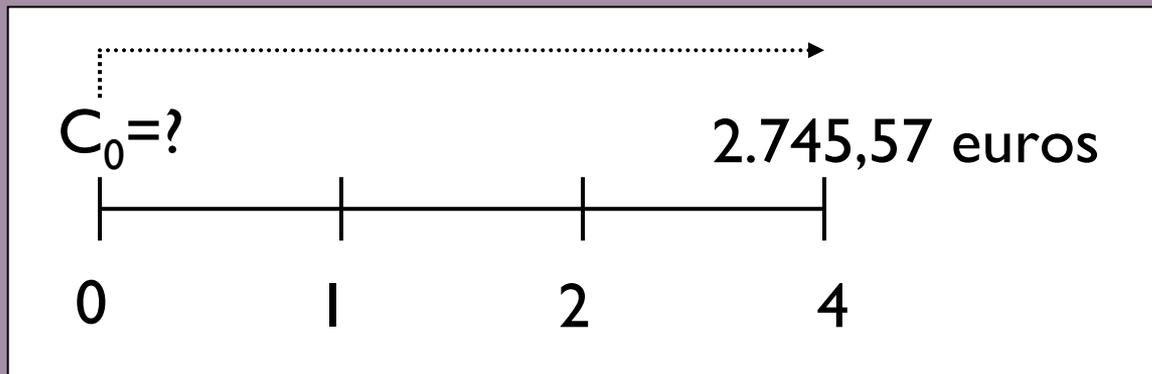
$$I = C_n - C_0 = 1.225,04 - 1.000 = 225,04 \text{ €}$$

TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.2. Valor actual, montante, tiempo e interés en las operaciones financieras de capitalización compuesta.

Ejemplo 2:

¿Qué capital se debe depositar en una cuenta corriente para poder retirar 2.745,57 euros al cabo de 4 años si se aplica un 2% trimestral?
¿Cuál es el interés de la operación?



TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.2. Valor actual, montante, tiempo e interés en las operaciones financieras de capitalización compuesta.

Ejemplo 2:

¿Qué capital se debe depositar en una cuenta corriente para poder retirar 2.745,57 euros al cabo de 4 años si se aplica un 2% trimestral?
¿Cuál es el interés de la operación?

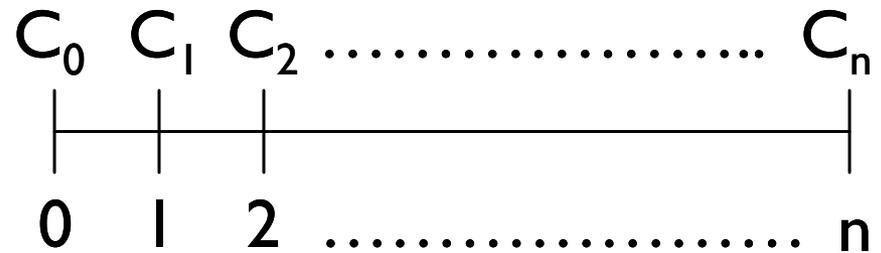
$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i_4)^n} = \frac{2.745,57}{(1+0,02)^{16}} = 2.000 \text{ €}$$

$$I = C_n - C_0 = 2.745,57 - 2.000 = 745,57 \text{ €}$$

TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.3. Operaciones financieras de descuento compuesto.

$$D_n = C_n \cdot d$$



$$C_{n-1} = C_n - D_n = C_n - C_n \cdot d = C_n \cdot (1-d)$$

$$C_{n-2} = C_{n-1} - D_{n-1} = C_{n-1} - C_{n-1} \cdot d = C_{n-1} \cdot (1-d) = C_n \cdot (1-d)^2$$

...

$$C_1 = C_2 - D_2 = C_2 - C_2 \cdot d = C_2 \cdot (1-d) = C_n \cdot (1-d)^{n-1}$$

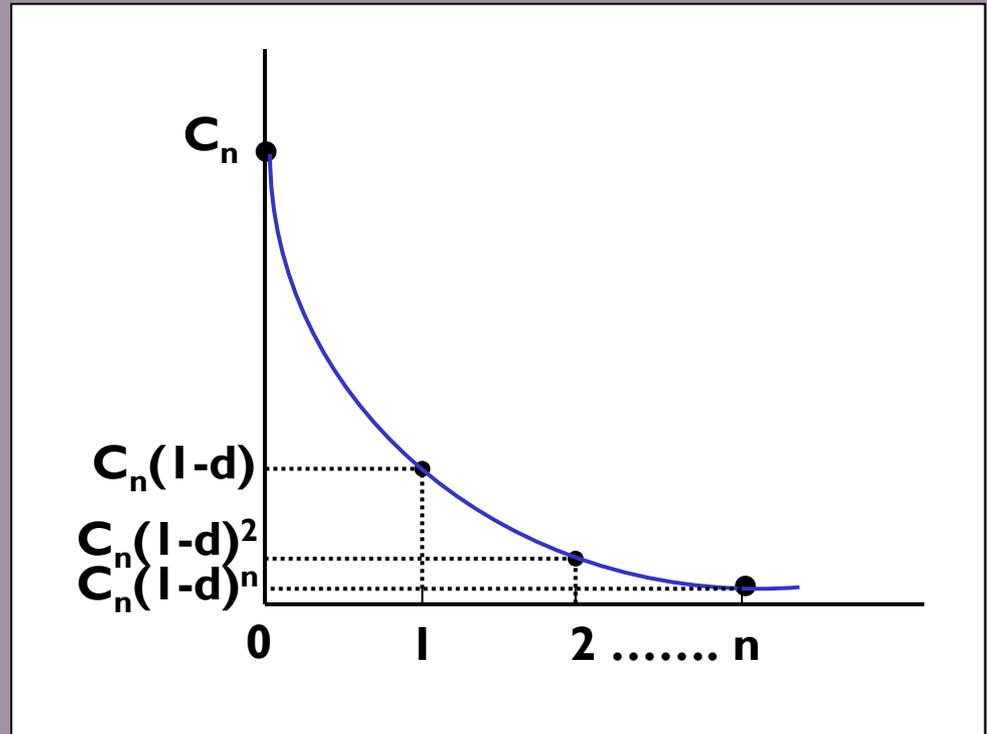
$$C_0 = C_1 - D_1 = C_1 - C_1 \cdot d = C_1 \cdot (1-d) = C_n \cdot (1-d)^n$$

TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.3. Operaciones financieras de descuento compuesto.

Con tipo de descuento:

$$C_0 = C_n \cdot (1-d)^n$$

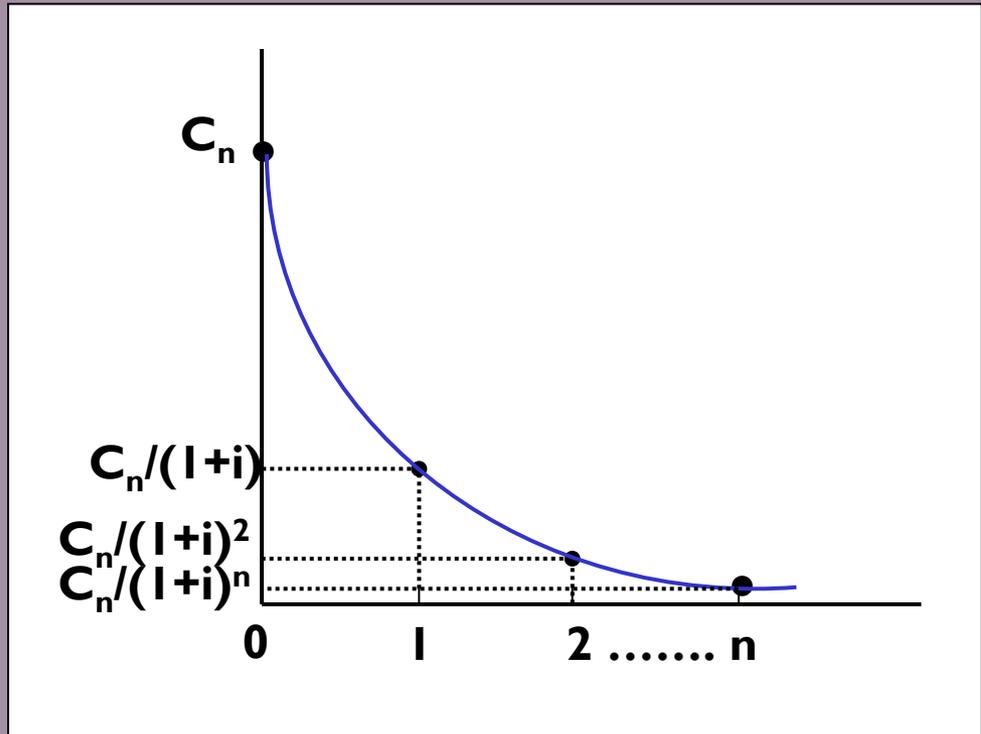


TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.3. Operaciones financieras de descuento compuesto.

Con tipo de interés:

$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n}$$



TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.4. Cálculo del valor efectivo, nominal, tiempo y descuento en las operaciones financieras de descuento compuesto.

$$C_0 = C_n \cdot (1 - d)^n$$

$$D = C_n - C_0$$

$$D = C_n - C_n \cdot (1 - d)^n$$

$$D = C_n \cdot [1 - (1 - d)^n]$$

$$d = 1 - \left(\frac{C_0}{C_n} \right)^{\frac{1}{n}}$$
$$n = \frac{\ln \frac{C_0}{C_n}}{\ln(1 - d)}$$

TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.4. Cálculo del valor efectivo, nominal, tiempo y descuento en las operaciones financieras de descuento compuesto.

$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n}$$

$$D = C_n - C_0$$

$$D = C_n - \frac{C_n}{(1+i)^n}$$

$$D = C_n \cdot \left[1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

$$i = \left(\frac{C_n}{C_0} \right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

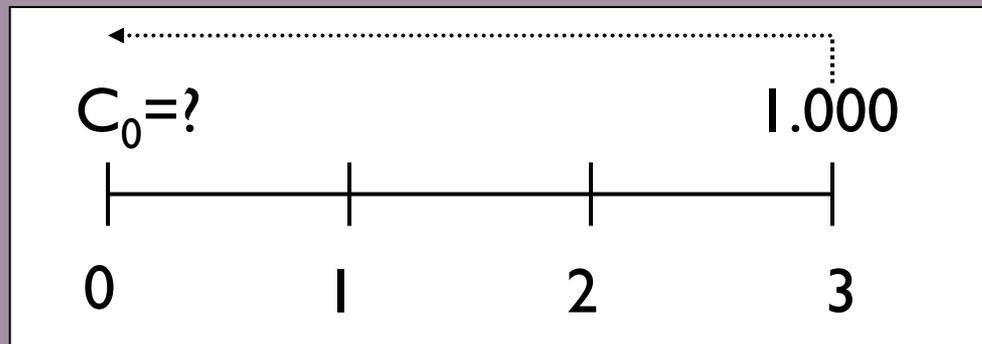
$$n = \frac{\ln \frac{C_n}{C_0}}{\ln(1+i)}$$

TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.4. Cálculo del valor efectivo, nominal, tiempo y descuento en las operaciones financieras de descuento compuesto.

Ejemplo I:

Calcular el valor efectivo y el descuento de un efecto de 1.000 euros de nominal con vencimiento a los tres años si se aplica un interés del 8%.



TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.4. Cálculo del valor efectivo, nominal, tiempo y descuento en las operaciones financieras de descuento compuesto.

Ejemplo I:

Calcular el valor efectivo de un efecto de 1.000 euros de nominal con vencimiento a los tres años si se aplica un interés del 8%.

$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n} = \frac{1.000}{(1+0,08)^3} = 793,83 \text{ €}$$

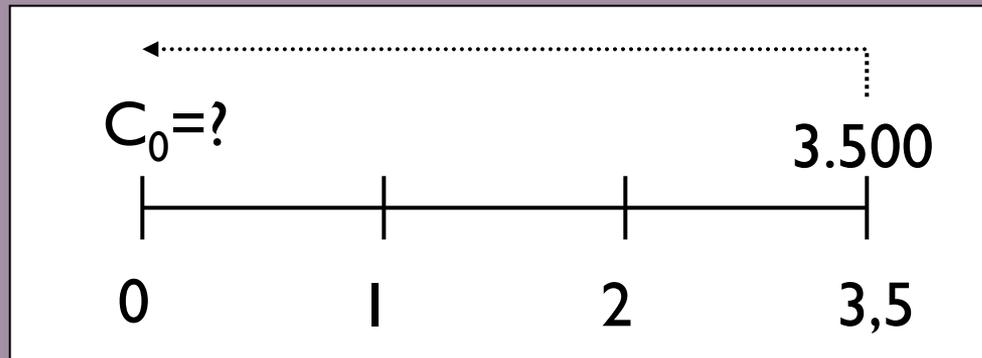
$$D = C_n - C_0 = 1.000 - 793,83 = 206,17 \text{ €}$$

TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.4. Cálculo del valor efectivo, nominal, tiempo y descuento en las operaciones financieras de descuento compuesto.

Ejemplo 2:

Calcular el valor descontado y el descuento de un efecto de 3.500 euros de nominal, con vencimiento a tres años y medio si se aplica un descuento semestral del 4%.



TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.4. Cálculo del valor efectivo, nominal, tiempo y descuento en las operaciones financieras de descuento compuesto.

Ejemplo 2:

Calcular el valor descontado y el descuento de un efecto de 3.500 euros de nominal, con vencimiento a tres años y medio si se aplica un descuento semestral del 4%.

$$C_0 = C_n \cdot (1 - d)^n = 3.500 \cdot (1 - 0,04)^7 = 2.630,07 \text{ €}$$

$$D = C_n - C_0 = 3.500 - 2.630,07 = 869,93 \text{ €}$$

TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

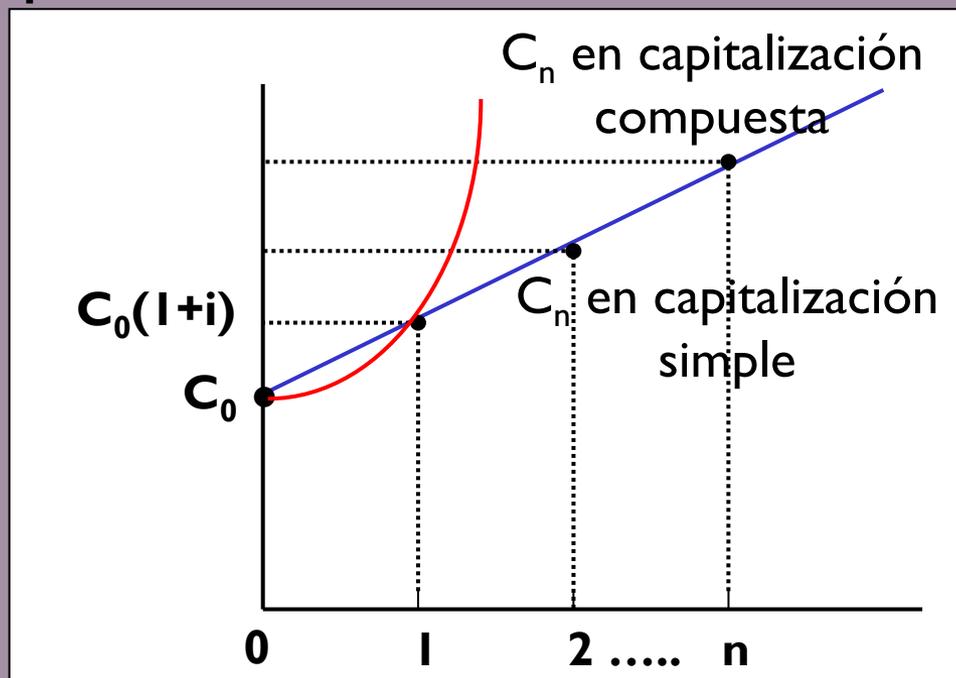
3.5. Comparación entre la capitalización simple y compuesta.

Capitalización simple

$$C_n = C_0 \cdot (1 + i \cdot n)$$

Capitalización compuesta

$$C_n = C_0 \cdot (1 + i)^n$$



- Si $n > 1 \rightarrow C_n$ en capitalización compuesta es mayor.
- Si $n < 1 \rightarrow C_n$ en capitalización simple es mayor.
- Si $n = 0$ ó $n = 1 \rightarrow C_n$ es igual en las dos funciones.

TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

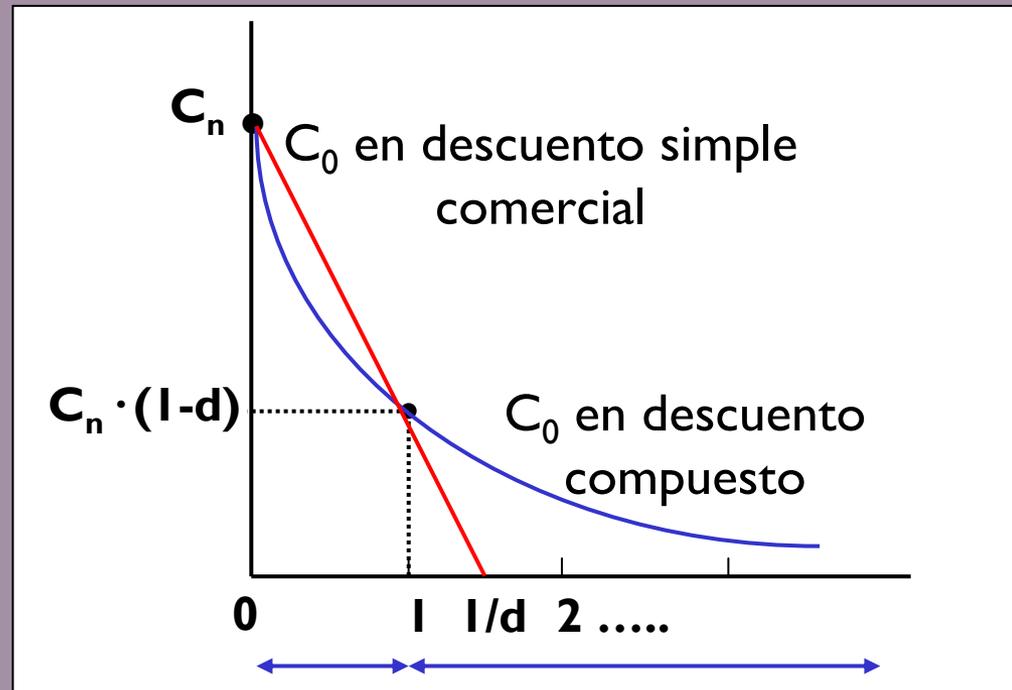
3.6. Comparación entre el descuento simple y compuesto.

Descuento simple comercial

$$C_0 = C_n \cdot (1 - d \cdot n)$$

Descuento compuesto

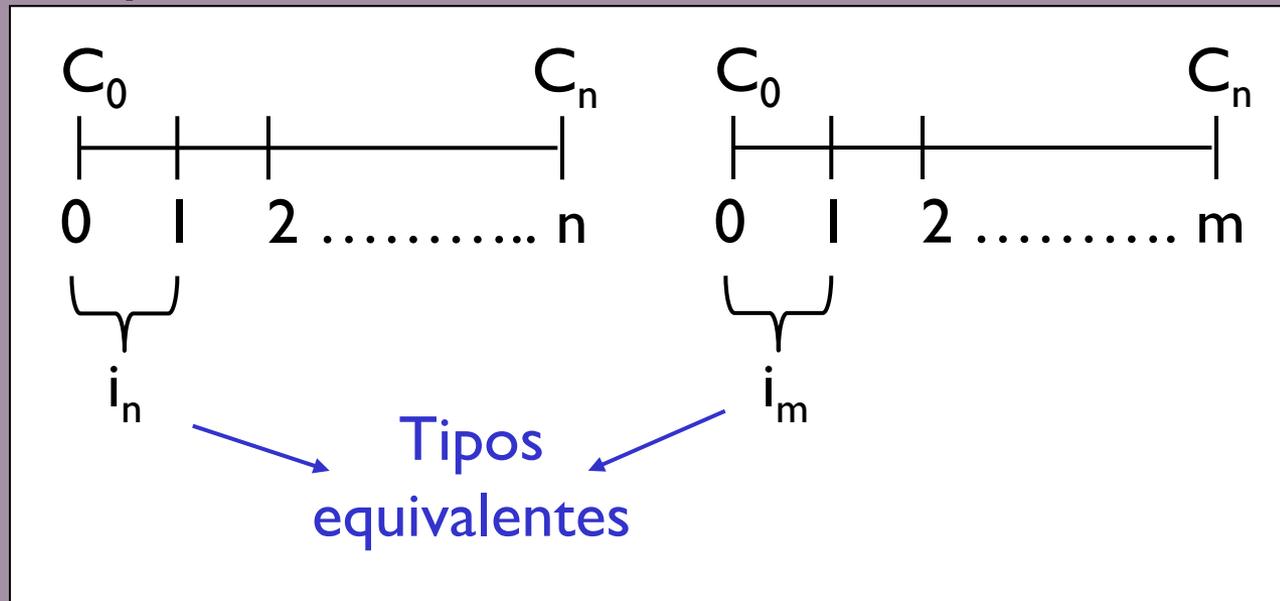
$$C_0 = C_n \cdot (1 - d)^n$$



- Si $n > 1/d \rightarrow C_0$ en descuento simple comercial es menor.
- Si $n < 1/d \rightarrow C_0$ en descuento simple comercial es mayor.
- Si $n = 0$ ó $n = 1/d \rightarrow C_0$ es igual en los dos descuentos.

TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.7. Tipos de interés y tipos de descuento equivalentes.



$$C_n = C_0 \cdot (1 + i_n)^n$$

$$C_n = C_0 \cdot (1 + i_m)^m$$

$$(1 + i_n)^n = (1 + i_m)^m$$

$$\text{Si } n=1 \rightarrow i = (1 + i_m)^m - 1$$

TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.7. Tipos de interés y tipos de descuento equivalentes.

Tipos de interés

Efectivos: i, i_2, i_4, \dots, i_m

Nominales: $J_{(2)}, J_{(4)}, \dots, J_{(m)}$

$$i_m = \frac{J_{(m)}}{m}, \quad m=1,2,\dots$$

$$(1+i_n)^n = \left(1 + \frac{J_{(m)}}{m}\right)^m$$

$$\text{Si } n=1 \rightarrow i = \left(1 + \frac{J_{(m)}}{m}\right)^m - 1$$

TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.7. Tipos de interés y tipos de descuento equivalentes.

Ejemplo I:

Calcular el tipo de interés semestral y el tipo de interés anual equivalente al 1% trimestral.

$$(1 + i_2)^2 = (1 + i_4)^4$$

$$i_2 = (1 + i_4)^2 - 1 = (1 + 0,01)^2 - 1 = 0,0201$$

$$i = (1 + i_4)^4 - 1 = (1 + 0,01)^4 - 1 = 0,0406$$

TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.7. Tipos de interés y tipos de descuento equivalentes.

Ejemplo 2:

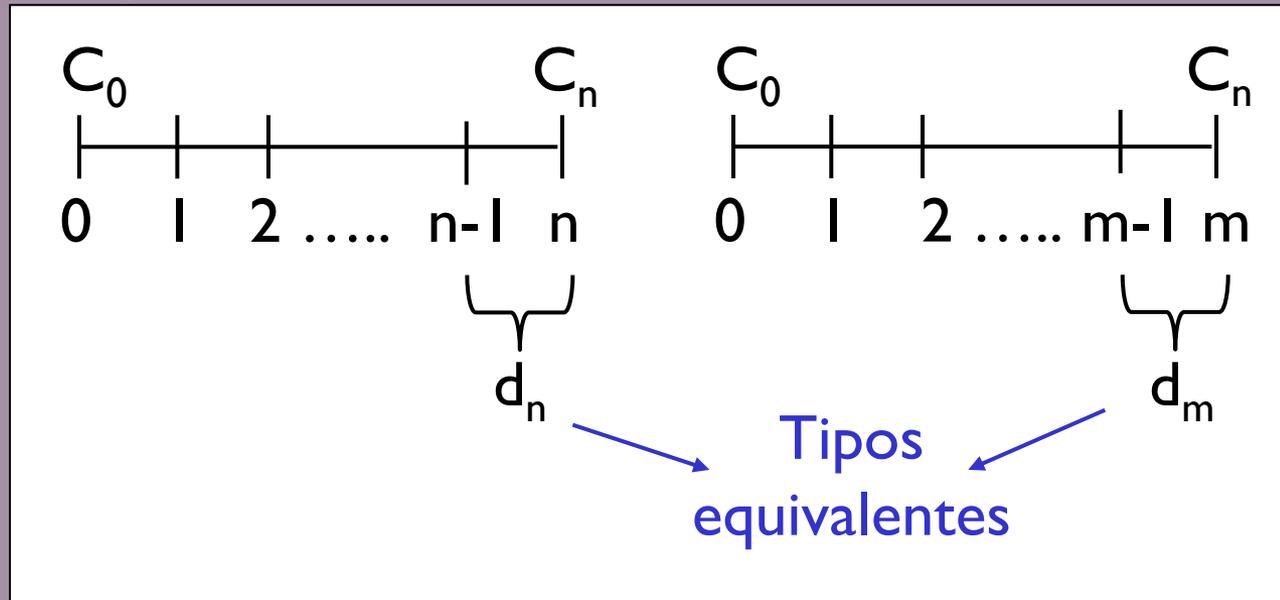
Calcular el tipo de interés capitalizable bimestralmente equivalente al 1% semestral.

$$\left(1 + \frac{J_{(6)}}{6}\right)^6 = (1 + i_2)^2$$

$$J_{(6)} = \left[(1 + i_2)^{2/6} - 1\right] \cdot 6 = \left[(1 + 0,01)^{1/3} - 1\right] \cdot 6 = 0,0199$$

TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.7. Tipos de interés y tipos de descuento equivalentes.



$$C_0 = C_n \cdot (1 - d_n)^n$$

$$C_0 = C_n \cdot (1 - d_m)^m$$

$$(1 - d_n)^n = (1 - d_m)^m$$

$$\text{Si } n=1 \rightarrow d = 1 - (1 - d_m)^m$$

TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.7. Tipos de interés y tipos de descuento equivalentes.

Tipos de descuento {
Efectivos: d, d_2, d_4, \dots, d_m
Nominales: $d_{(2)}, d_{(4)}, \dots, d_{(m)}$

$$d_m = \frac{d_{(m)}}{m}, \quad m=1,2,\dots$$

$$(1-d_n)^n = \left(1 - \frac{d_{(m)}}{m}\right)^m$$

$$\text{Si } n=1 \rightarrow d = 1 - \left(1 - \frac{d_{(m)}}{m}\right)^m$$

TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.7. Tipos de interés y tipos de descuento equivalentes.

Ejemplo I:

Calcular el tipo de descuento cuatrimestral y el tipo de descuento anual equivalente al 1% trimestral.

$$(1 - d_3)^3 = (1 - d_4)^4$$

$$d_3 = 1 - (1 - d_4)^{4/3} = 1 - (1 - 0,01)^{4/3} = 0,0133$$

$$d = 1 - (1 - d_4)^4 = 1 - (1 - 0,01)^4 = 0,0394$$

TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.7. Tipos de interés y tipos de descuento equivalentes.

Ejemplo 2:

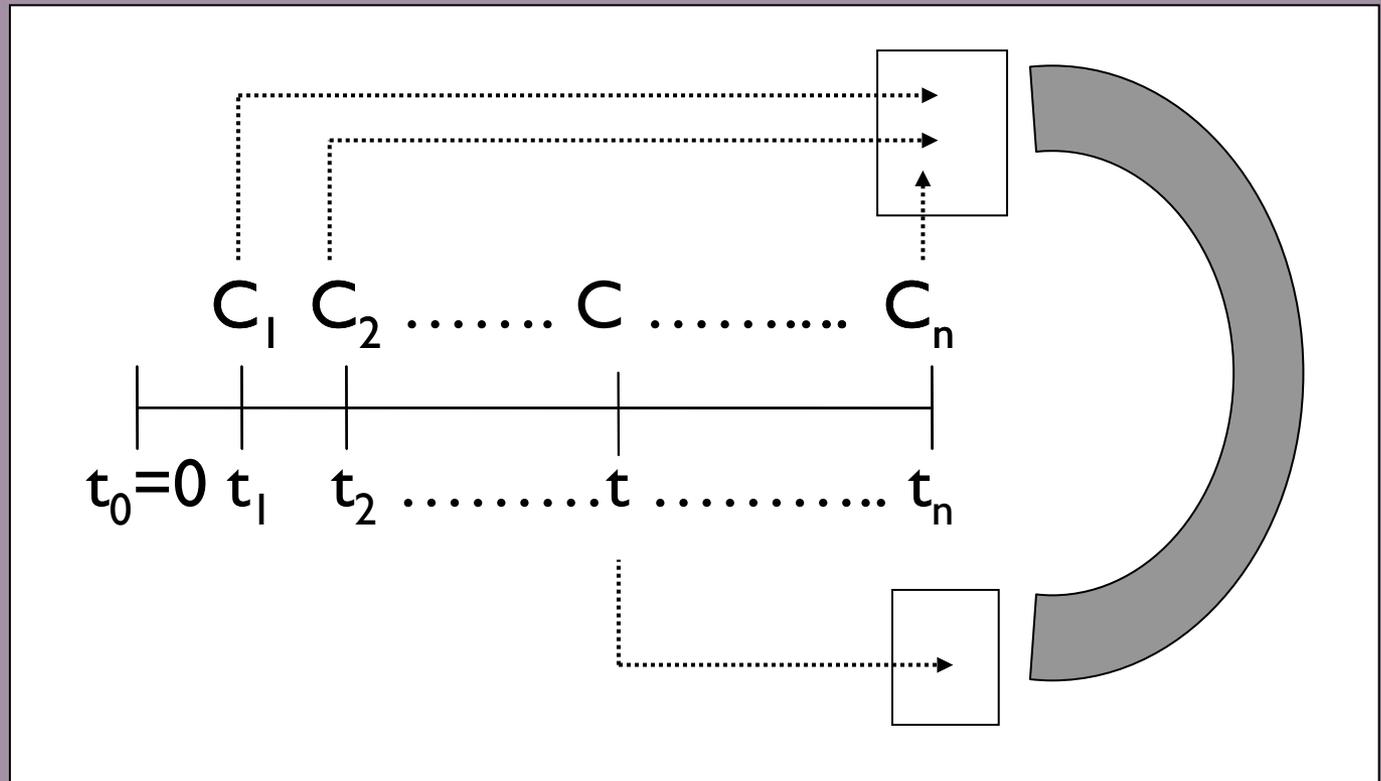
Calcular el tipo de descuento actualizable semestralmente equivalente al 1% trimestral.

$$\left(1 - \frac{d_{(2)}}{2}\right)^2 = (1 - d_4)^4$$

$$d_{(2)} = \left[1 - (1 - d_4)^2\right] \cdot 2 = \left[1 - (1 - 0,01)^2\right] \cdot 2 = 0,0398$$

TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.8. Cálculo del capital equivalente, vencimiento común y vencimiento medio. En capitalización compuesta:



TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.8. Cálculo del capital equivalente,
vencimiento común y vencimiento medio.
En capitalización compuesta:

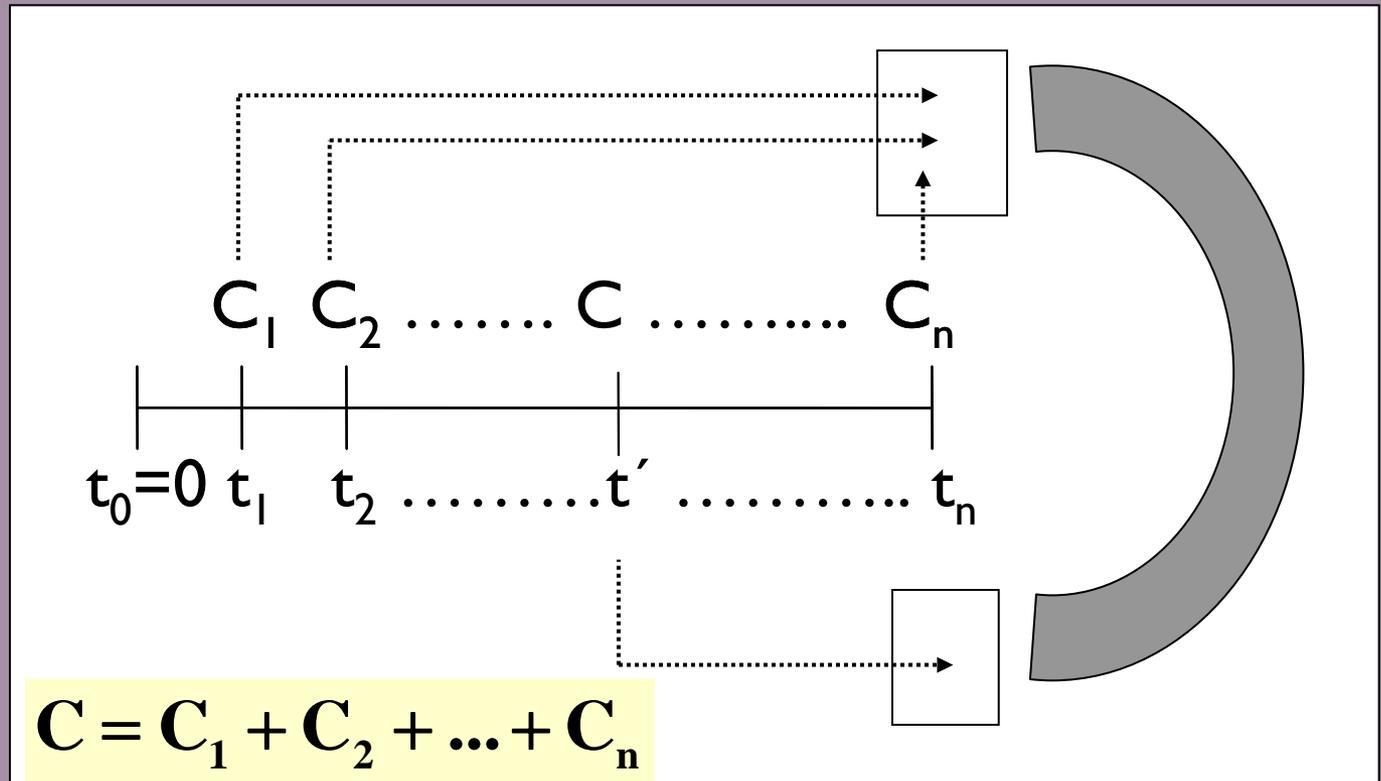
$$C_1 \cdot (1+i)^{t_n-t_1} + C_2 \cdot (1+i)^{t_n-t_2} + \dots + C_n = C \cdot (1+i)^{t_n-t}$$

C: Capital equivalente.

t : Vencimiento común.

TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.8. Cálculo del capital equivalente, vencimiento común y vencimiento medio. En capitalización compuesta:



TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

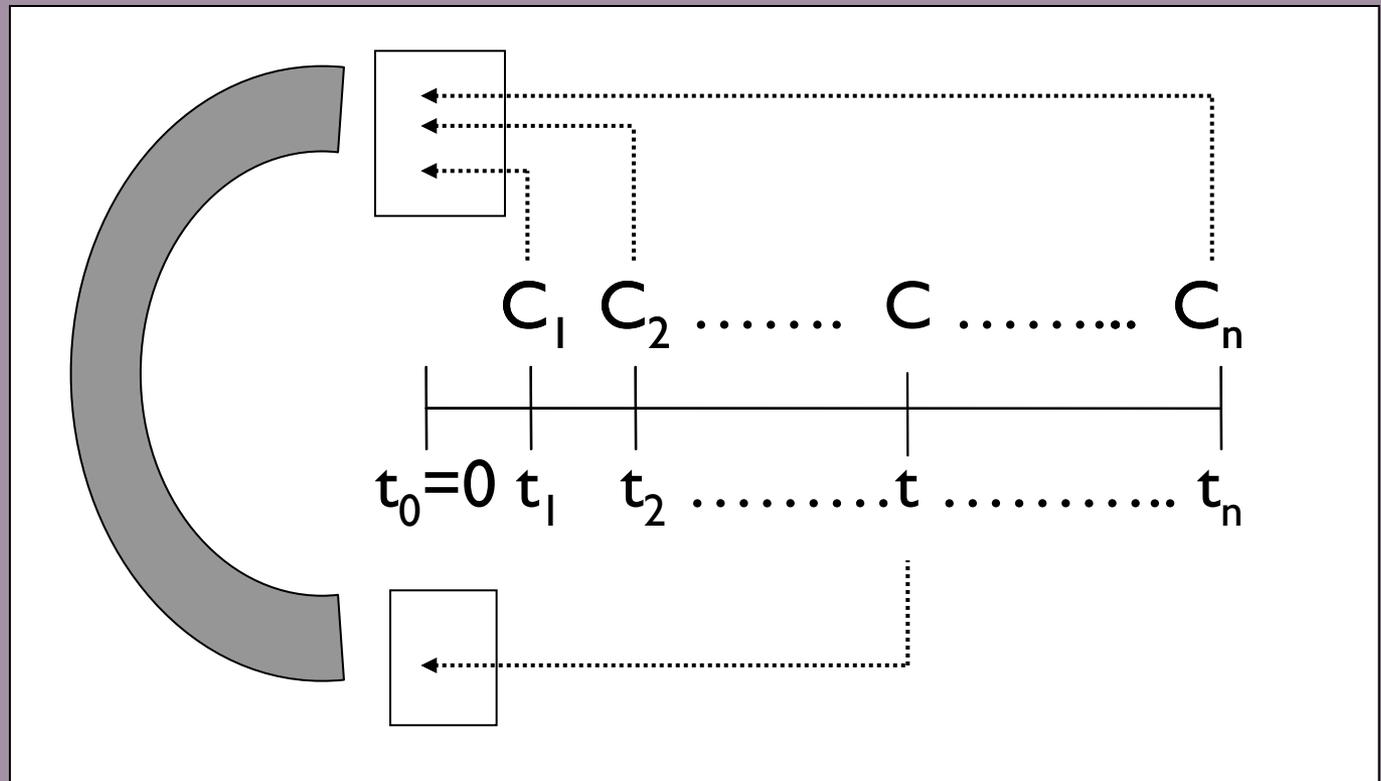
3.8. Cálculo del capital equivalente,
vencimiento común y vencimiento medio.
En capitalización compuesta:

$$C_1 \cdot (1+i)^{t_n-t_1} + C_2 \cdot (1+i)^{t_n-t_2} + \dots + C_n = \\ = (C_1 + C_2 + \dots + C_n) \cdot (1+i)^{t_n-t'}$$

t' : Vencimiento medio.

TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.8. Cálculo del capital equivalente, vencimiento común y vencimiento medio. En descuento compuesto:



TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.8. Cálculo del capital equivalente,
vencimiento común y vencimiento medio.
En descuento compuesto:

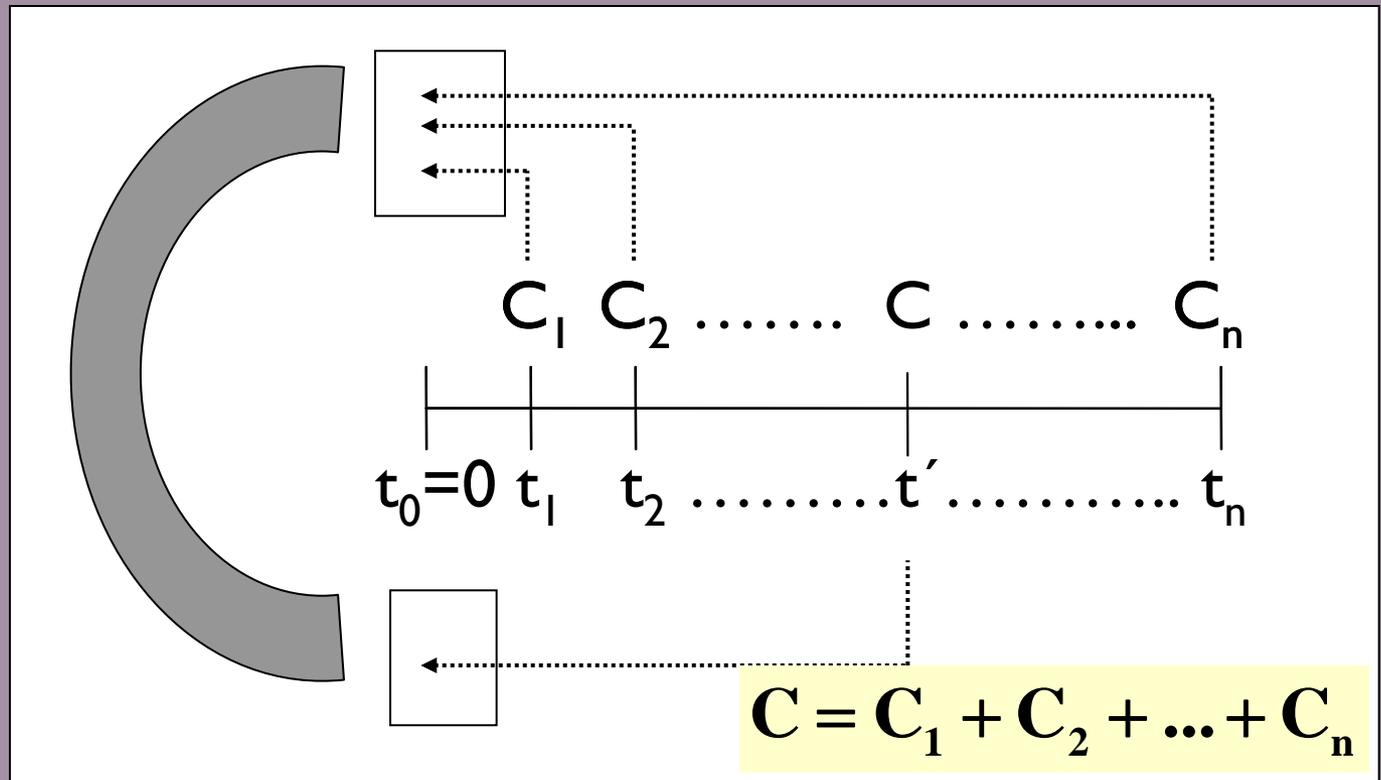
$$C_1 \cdot (1-d)^{t_1} + C_2 \cdot (1-d)^{t_2} + \dots + C_n \cdot (1-d)^{t_n} = C \cdot (1-d)^t$$

C: Capital equivalente.

t : Vencimiento común.

TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.8. Cálculo del capital equivalente, vencimiento común y vencimiento medio. En descuento compuesto:



TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.8. Cálculo del capital equivalente,
vencimiento común y vencimiento medio.
En descuento compuesto:

$$C_1 \cdot (1-d)^{t_1} + C_2 \cdot (1-d)^{t_2} + \dots + C_n \cdot (1-d)^{t_n} = \\ = (C_1 + C_2 + \dots + C_n) \cdot (1-d)^{t'}$$

t' : Vencimiento medio.

TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

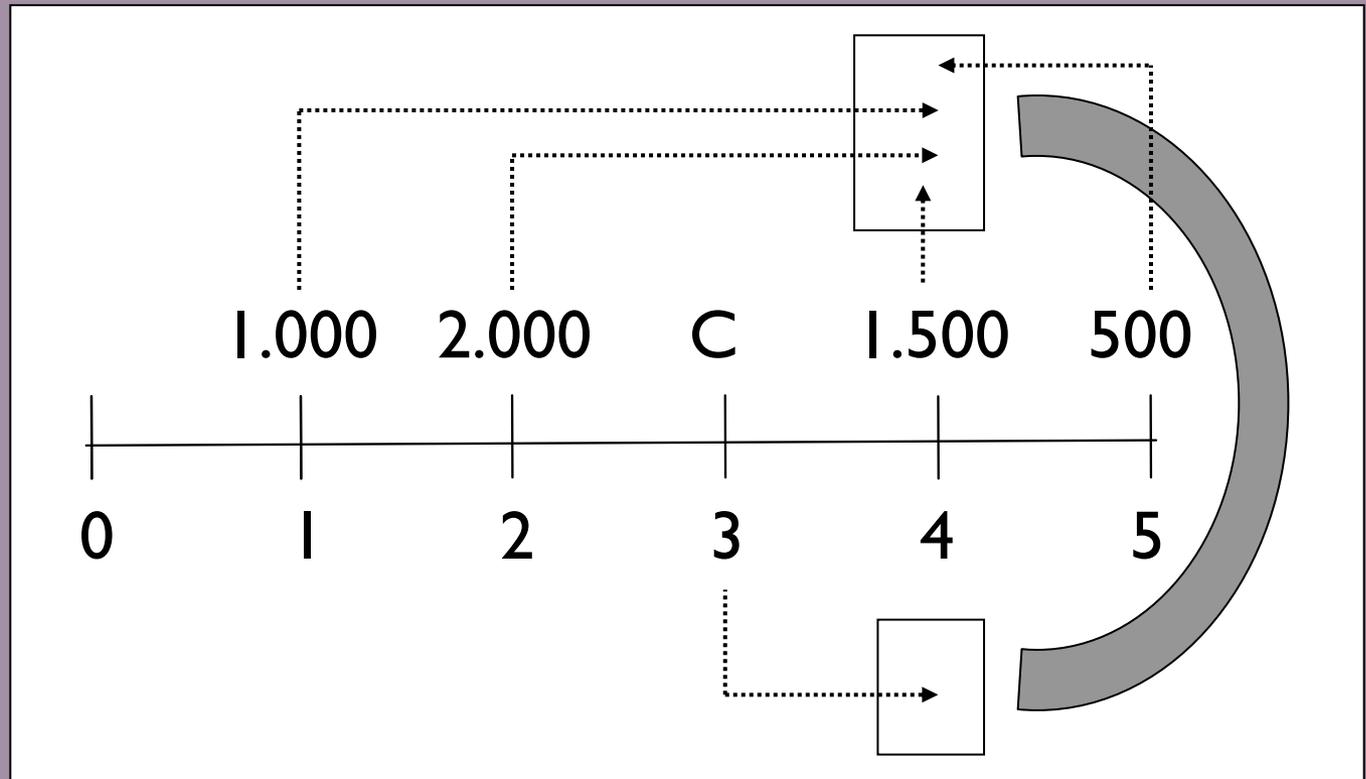
3.8. Cálculo del capital equivalente, vencimiento común y vencimiento medio.

Ejemplo I:

Calcular el capital equivalente en el año 3, el vencimiento común y el vencimiento medio de los siguientes capitales financieros: $(1.000,1)$, $(2.000,2)$, $(1.500,4)$ y $(500,5)$ si se aplica el 3% de descuento y el punto de valoración es el año 4.

TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.8. Cálculo del capital equivalente, vencimiento común y vencimiento medio.



TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.8. Cálculo del capital equivalente, vencimiento común y vencimiento medio.

Ejemplo I:

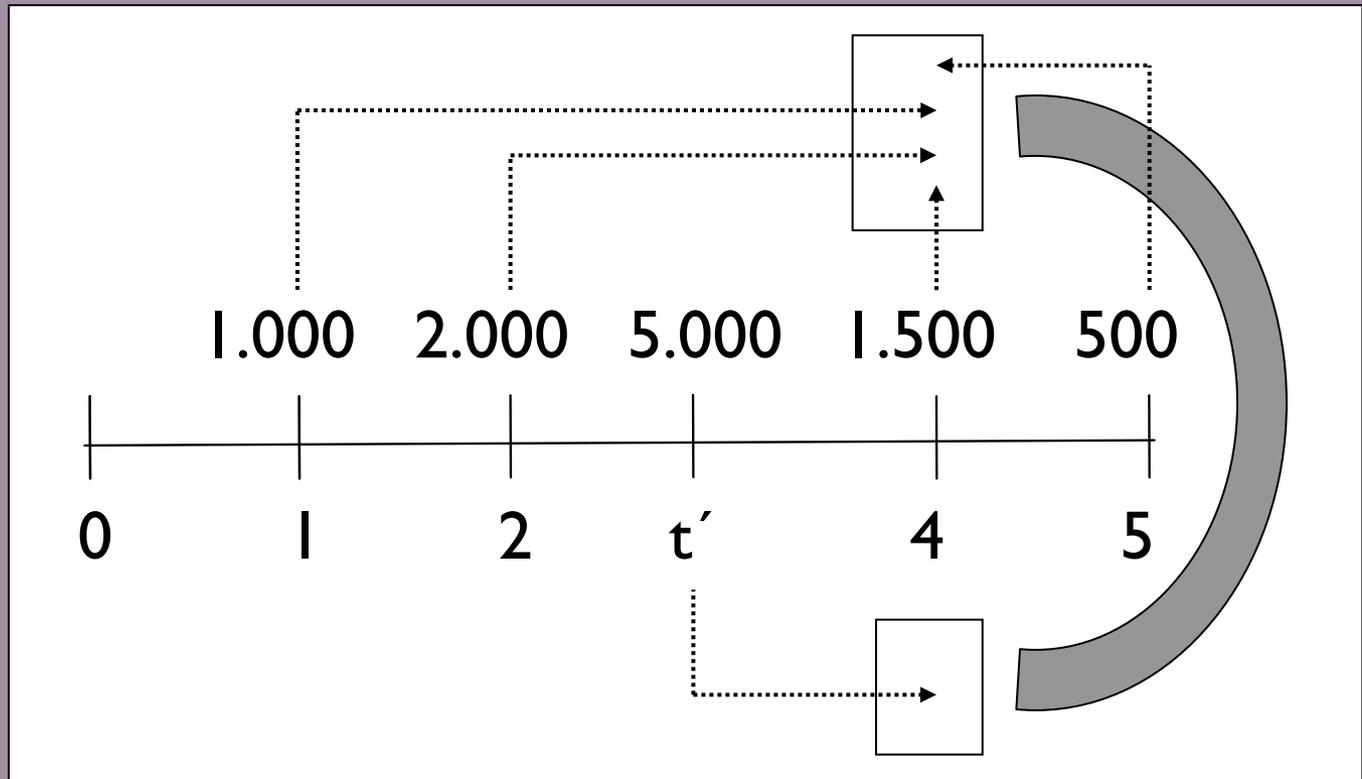
$$\frac{1.000}{(1-0,03)^3} + \frac{2.000}{(1-0,03)^2} + 1.500 + 500 \cdot (1-0,03) =$$
$$= \frac{C}{1-0,03}$$

$$C = 5.050,12 \text{ €}$$

$$t = 3 \text{ años}$$

TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.8. Cálculo del capital equivalente, vencimiento común y vencimiento medio.



TEMA 3: OPERACIONES FINANCIERAS DE CAPITALIZACIÓN Y DESCUENTO COMPUESTO

3.8. Cálculo del capital equivalente,
vencimiento común y vencimiento medio.

Ejemplo I:

$$\frac{1.000}{(1-0,03)^3} + \frac{2.000}{(1-0,03)^2} + 1.500 + 500 \cdot (1-0,03) =$$
$$= \frac{5.000}{(1-0,03)^{4-t'}}$$

$$t' = 2,67 \text{ años}$$