

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

5.1.1. Rentas inmediatas (pospagables y prepagables).

5.1.2. Rentas diferidas (pospagables y prepagables).

5.1.3. Rentas anticipadas (pospagables y prepagables).

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.2. Rentas perpetuas.

5.2.1. Rentas inmediatas (pospagables y prepagables).

5.2.2. Rentas diferidas (pospagables y prepagables).

5.3. Rentas fraccionadas.

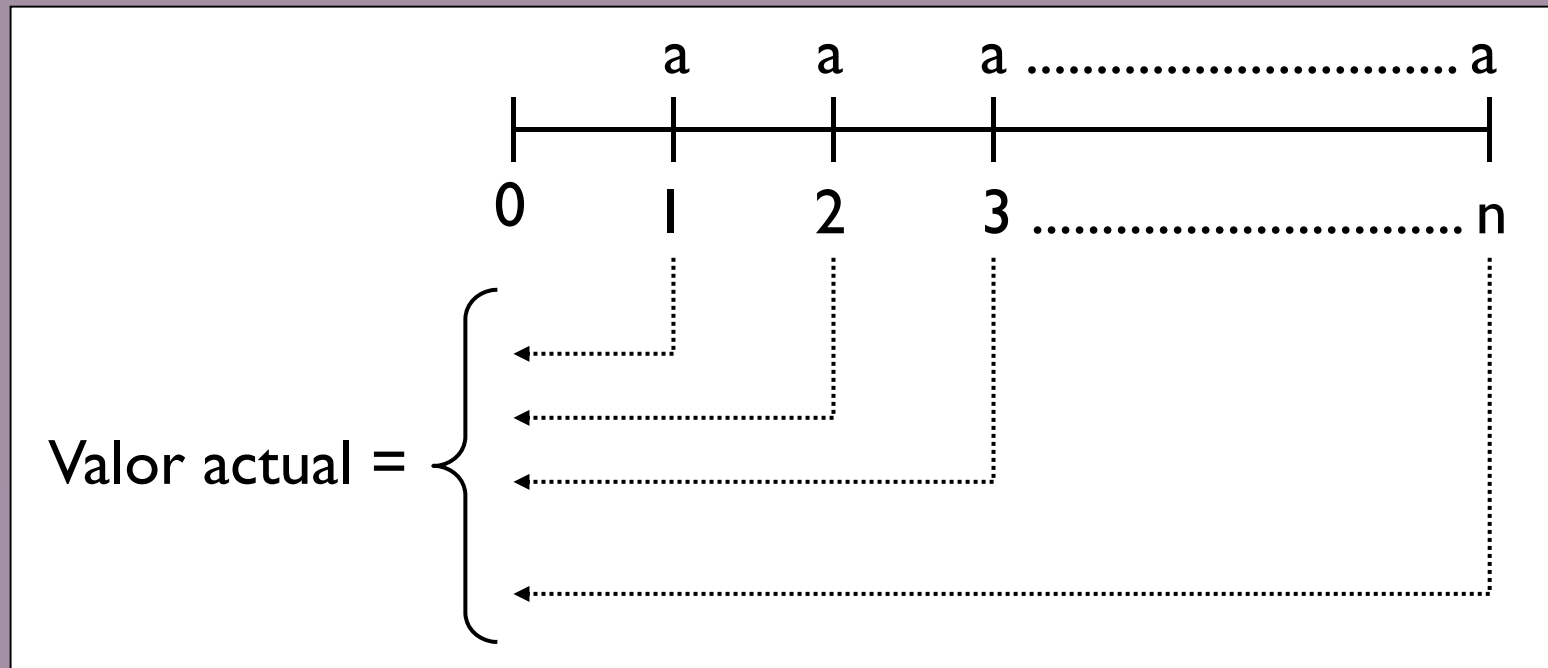
5.3.1. Rentas temporales.

5.3.2. Rentas perpetuas.

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables



TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables

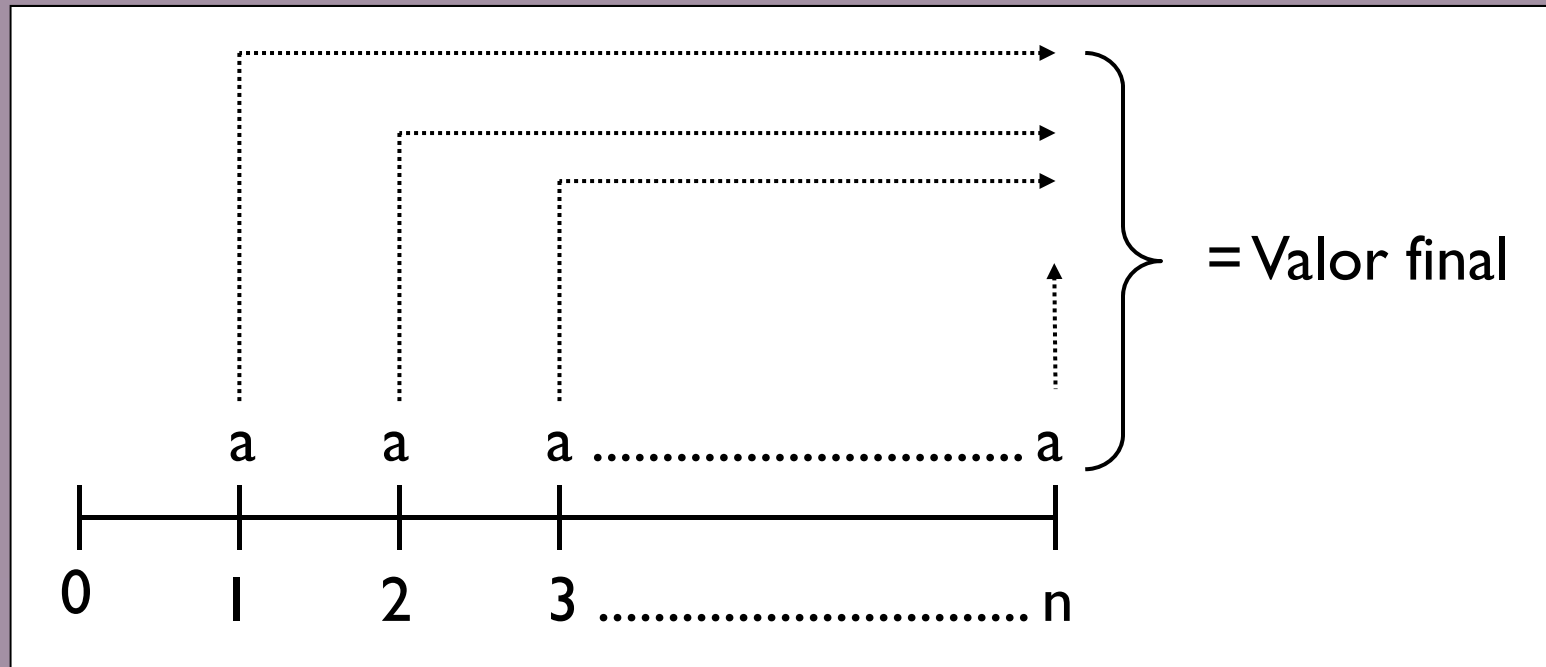
$$S = \frac{a_1 - a_n \cdot r}{1 - r}$$
$$r = \frac{1}{1+i}$$

$$\begin{aligned} a \cdot a_{\overline{n}|i} &= \frac{a}{1+i} + \frac{a}{(1+i)^2} + \dots + \frac{a}{(1+i)^n} = \\ &= a \cdot \left[\frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \right] = \\ &= a \cdot \left[\frac{\frac{1}{1+i} - \frac{1}{(1+i)^n} \cdot \frac{1}{1+i}}{1 - \frac{1}{1+i}} \right] = a \cdot \left[\frac{\frac{1}{1+i} - \frac{1}{(1+i)^{n+1}}}{\frac{1+i-1}{1+i}} \right] = \\ &= a \cdot \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] \end{aligned}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables

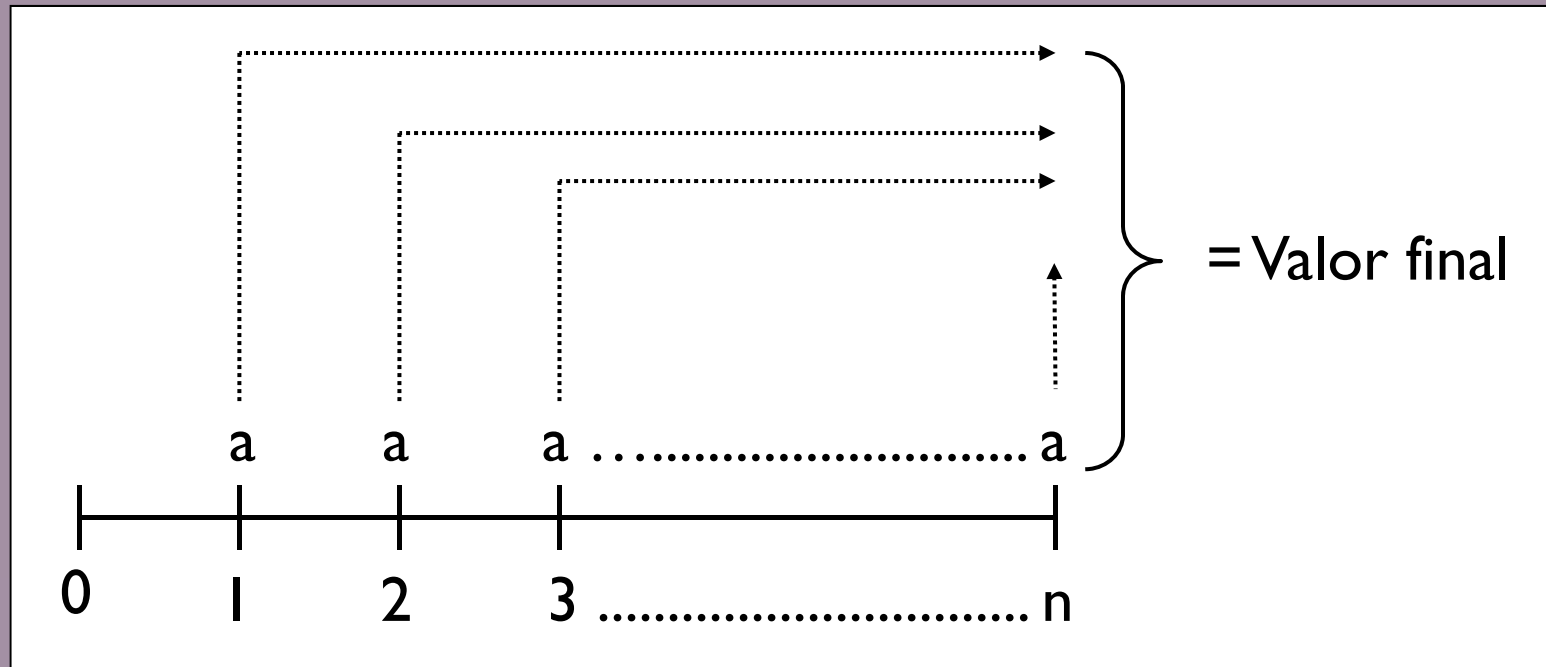


$$\text{Valor final} = a \cdot (1+i)^{n-1} + a \cdot (1+i)^{n-2} + \dots + a = a \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} = a \cdot S_{\overline{n}|i}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables



$$\text{Valor final} = a \cdot a_{\overline{n}|i} \cdot (1+i)^n = a \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \cdot (1+i)^n = a \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} = a \cdot S_{\overline{n}|i}$$

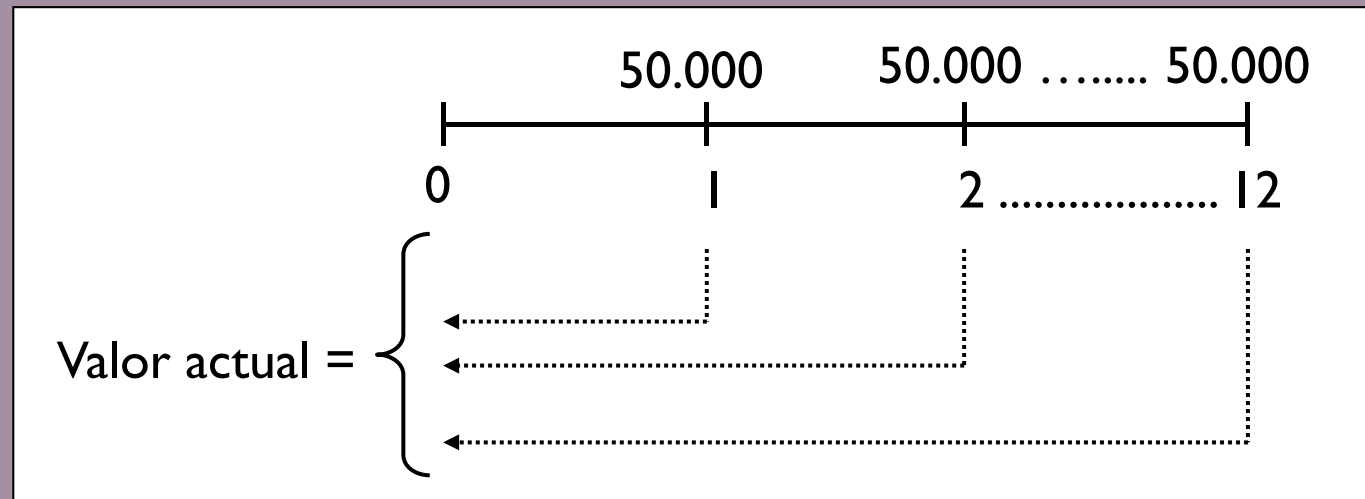
TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables

Ejemplo 1:

Calcular el valor actual de una renta anual, constante, con una duración de 12 años, si sus términos son de 50.000 euros y el tipo de interés el 1,5%.



TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables

Ejemplo 1:

Calcular el valor actual de una renta anual, constante, con una duración de 12 años, si sus términos son de 50.000 euros y el tipo de interés el 1,5%.

$$\text{Valor actual} = a \cdot a_{\overline{n}|i} = 50.000 \cdot a_{\overline{12}|0,015} = 545.375,26 \text{ €}$$

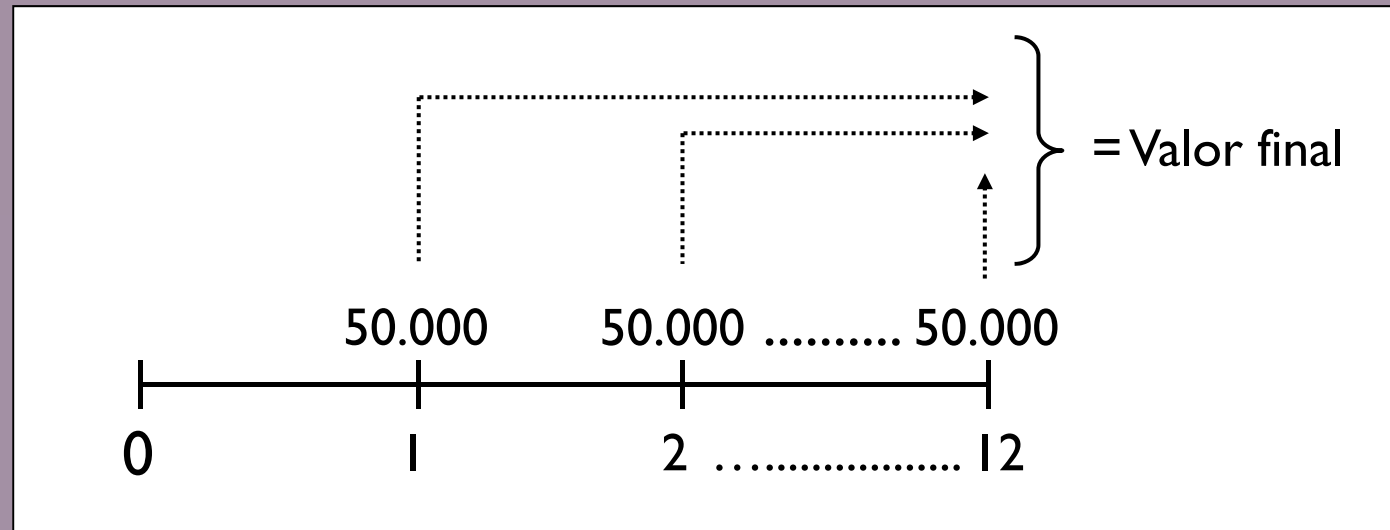
TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables

Ejemplo 2:

Calcular el valor final de una renta anual, constante, con una duración de 12 años, si sus términos son de 50.000 euros y el tipo de interés el 1,5%.



TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables

Ejemplo 2:

Calcular el valor final de una renta anual, constante, con una duración de 12 años, si sus términos son de 50.000 euros y el tipo de interés el 1,5%.

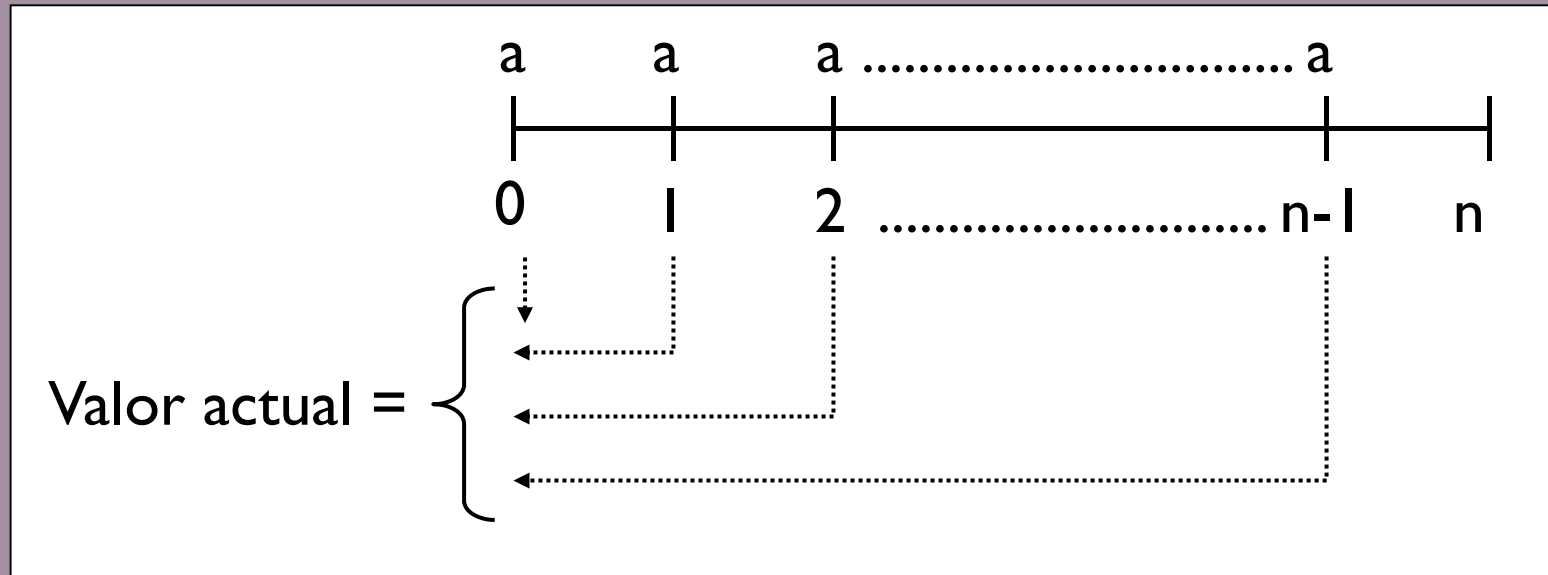
$$\begin{aligned}\text{Valor final} &= a \cdot a_{\overline{n}|i} \cdot (1+i)^n = \\ &= 50.000 \cdot a_{\overline{12}|0,015} \cdot (1+0,015)^{12} = 652.060,57 \text{ €}\end{aligned}$$

$$\text{Valor final} = a \cdot S_{\overline{n}|i} = 50.000 \cdot S_{\overline{12}|0,015} = 652.060,57 \text{ €}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

b) Rentas temporales, inmediatas y prepagables



TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

b) Rentas temporales, inmediatas y prepagables

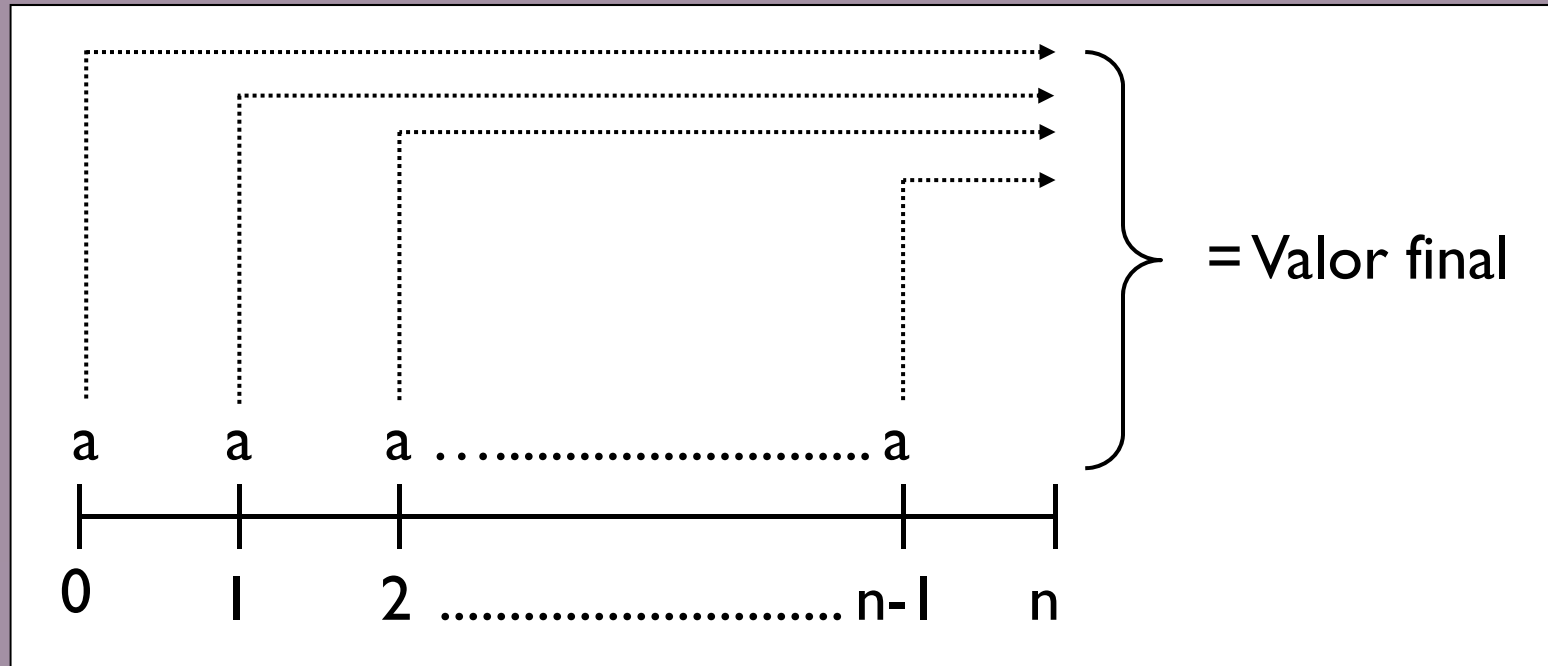
$$S = \frac{a_1 - a_n \cdot r}{1 - r}$$
$$r = \frac{1}{1 + i}$$

$$\begin{aligned} a \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|i} &= a + \frac{a}{1+i} + \frac{a}{(1+i)^2} + \dots + \frac{a}{(1+i)^{n-1}} = \\ &= a \cdot \left[1 + \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} \right] = \\ &= a \cdot \left[\frac{1 - \frac{1}{(1+i)^{n-1}} \cdot \frac{1}{1+i}}{1 - \frac{1}{1+i}} \right] = a \cdot \left[\frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{\frac{1+i-1}{1+i}} \right] = \\ &= a \cdot \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] \cdot (1+i) = a \cdot a_{\overline{n}|i} \cdot (1+i) \end{aligned}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

b) Rentas temporales, inmediatas y prepagables

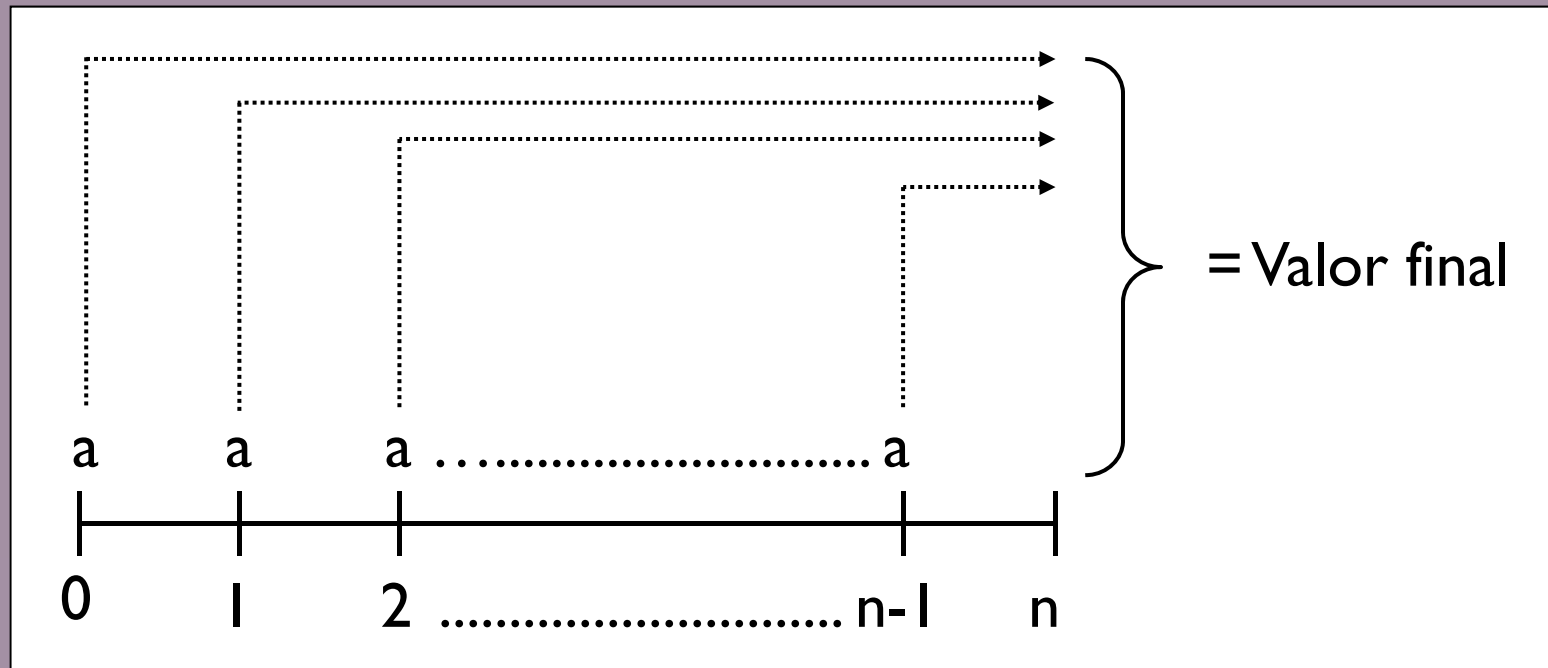


$$\text{Valor final} = a \cdot (1+i)^n + a \cdot (1+i)^{n-1} + \dots + a \cdot (1+i) = a \cdot \ddot{S}_{\overline{n}|i}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

b) Rentas temporales, inmediatas y prepagables



$$\text{Valor final} = a \cdot S_{\overline{n}|i} \cdot (1+i) = a \cdot \ddot{S}_{\overline{n}|i}$$

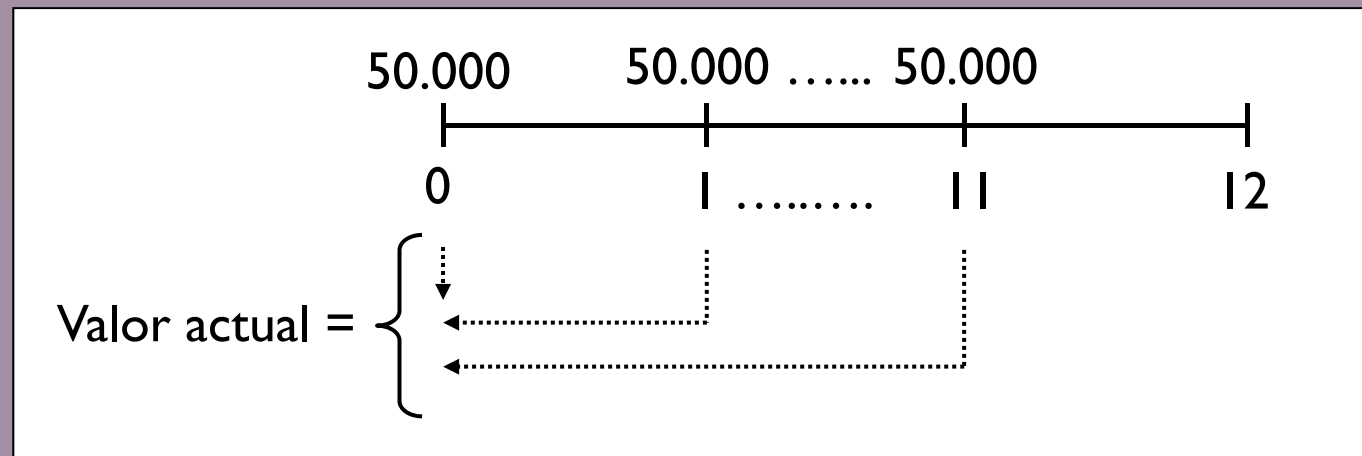
TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

b) Rentas temporales, inmediatas y prepagables

Ejemplo 3:

Calcular el valor actual de una renta anual, constante y prepagable, con una duración de 12 años, si sus términos son de 50.000 euros y el tipo de interés el 1,5%.



TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

b) Rentas temporales, inmediatas y prepagables

Ejemplo 3:

Calcular el valor actual de una renta anual, constante y prepagable, con una duración de 12 años, si sus términos son de 50.000 euros y el tipo de interés el 1,5%.

$$\text{Valor actual} = a \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|i} = 50.000 \cdot \ddot{a}_{\overline{12}|0,015} = 553.555,89 \text{ €}$$

$$\begin{aligned} \text{Valor actual} &= a \cdot a_{\overline{n}|i} \cdot (1 + i) = \\ &= a \cdot a_{\overline{12}|0,015} \cdot (1 + 0,015) = 553.555,89 \text{ €} \end{aligned}$$

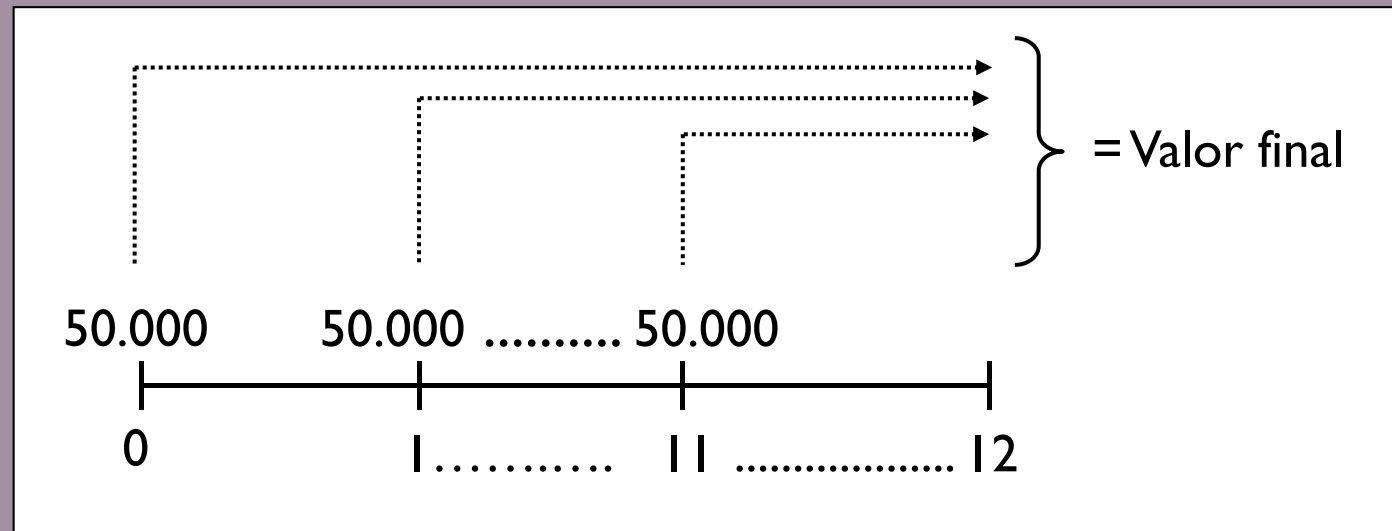
TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

b) Rentas temporales, inmediatas y prepagables

Ejemplo 4:

Calcular el valor final de una renta anual, constante, prepagable, con una duración de 12 años, si sus términos son de 50.000 euros y el tipo de interés el 1,5%.



TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

b) Rentas temporales, inmediatas y prepagables

Ejemplo 4:

Calcular el valor final de una renta anual, constante, prepagable, con una duración de 12 años, si sus términos son de 50.000 euros y el tipo de interés el 1,5%.

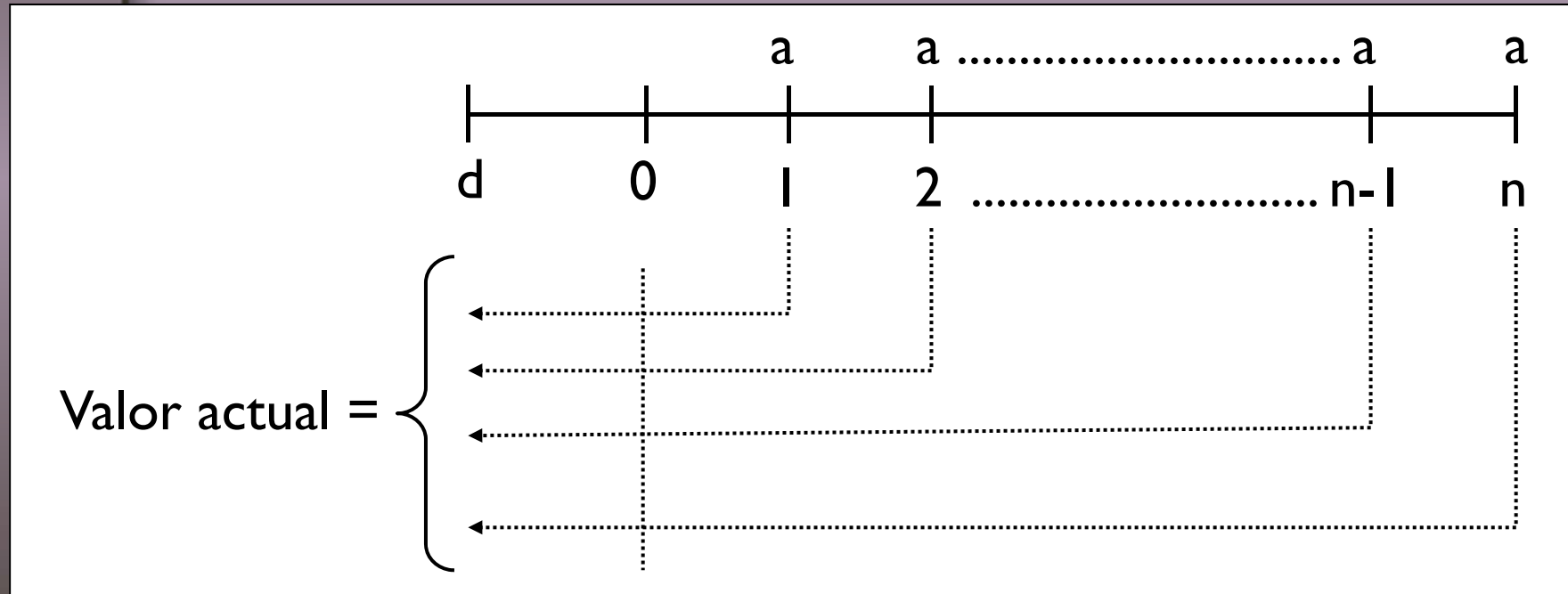
$$\text{Valor final} = a \cdot \ddot{S}_{\overline{n}|i} = 50.000 \cdot \ddot{S}_{\overline{12}|0,015} = 661.841,48 \text{ €}$$

$$\begin{aligned} \text{Valor final} &= a \cdot S_{\overline{n}|i} \cdot (1 + i) = \\ &= 50.000 \cdot S_{\overline{12}|0,015} \cdot (1 + 0,015) = 661.841,48 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

c) Rentas temporales, diferidas y pospagables

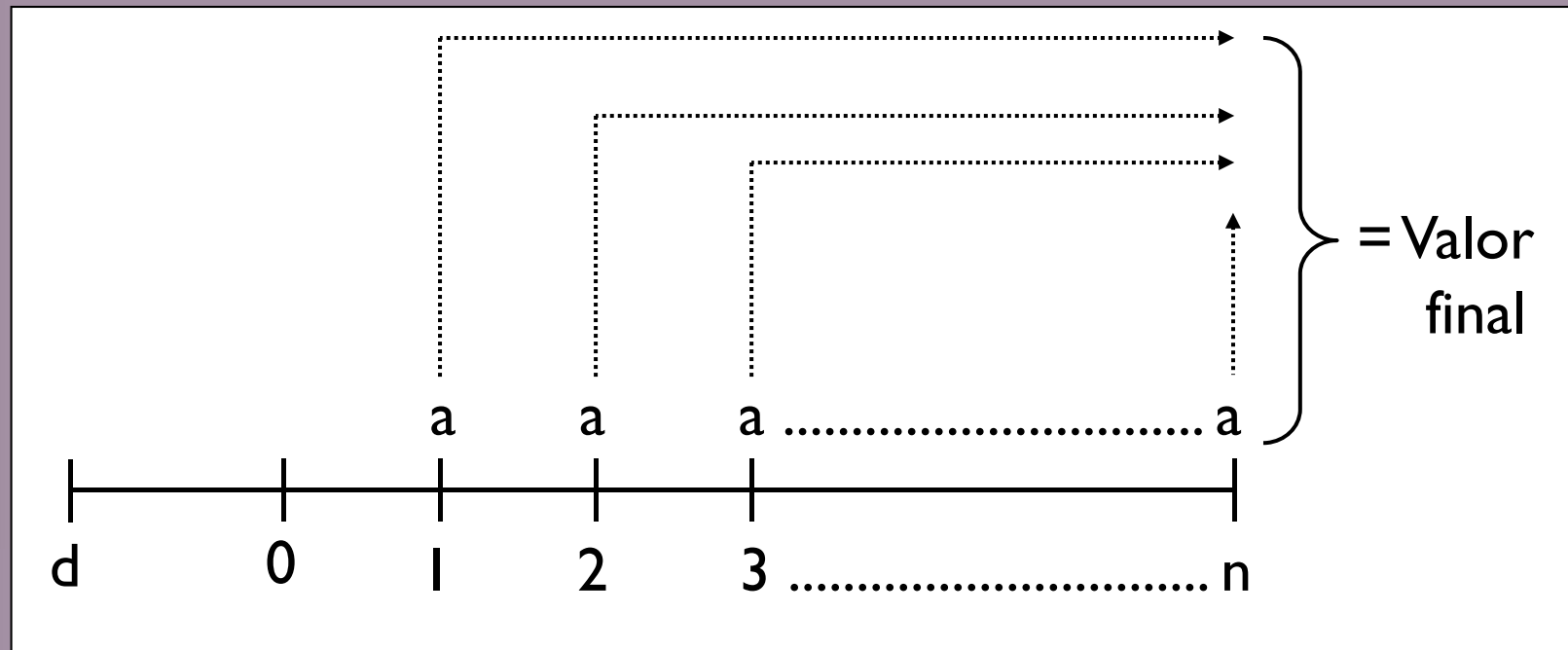


$$\text{Valor actual} = d / a \cdot a_{\overline{n}|i} = a \cdot a_{\overline{n}|i} \cdot (1+i)^{-d}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

c) Rentas temporales, diferidas y pospagables



$$\text{Valor final} = d / a \cdot S_{\overline{n}|i} = a \cdot S_{\overline{n}|i}$$

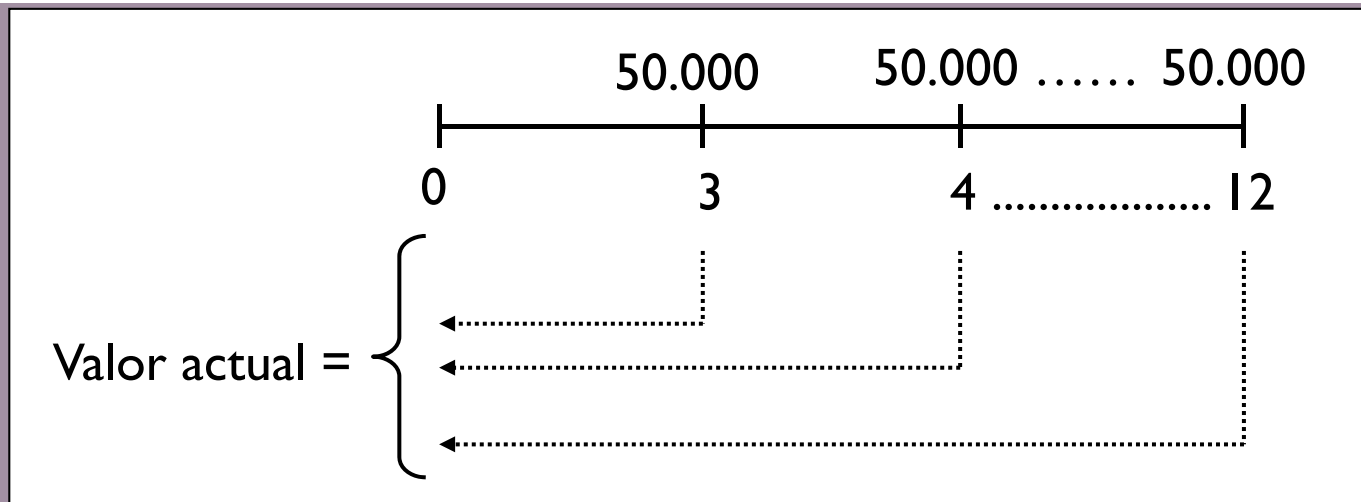
TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

c) Rentas temporales, diferidas y pospagables

Ejemplo 5:

Calcular el valor actual de una renta anual, constante, cuyo primer término comienza a ser efectivo a los tres años, si su duración es de 12 años, la cuantía de sus términos 50.000 euros y el tipo de interés el 1,5%.



TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

c) Rentas temporales, diferidas y pospagables

Ejemplo 5:

Calcular el valor actual de una renta anual, constante, cuyo primer término comienza a ser efectivo a los tres años, si su duración es de 12 años, la cuantía de sus términos 50.000 euros y el tipo de interés el 1,5%.

$$\begin{aligned} \text{Valor actual} &= d / a \cdot a_{\overline{n}|i} = a \cdot a_{\overline{n}|i} \cdot (1+i)^{-d} = 2 / 50.000 \cdot a_{\overline{10}|0,015} = \\ &= 50.000 \cdot a_{\overline{10}|0,015} \cdot (1+0,015)^{-2} = 447.581,09 \text{ €} \end{aligned}$$

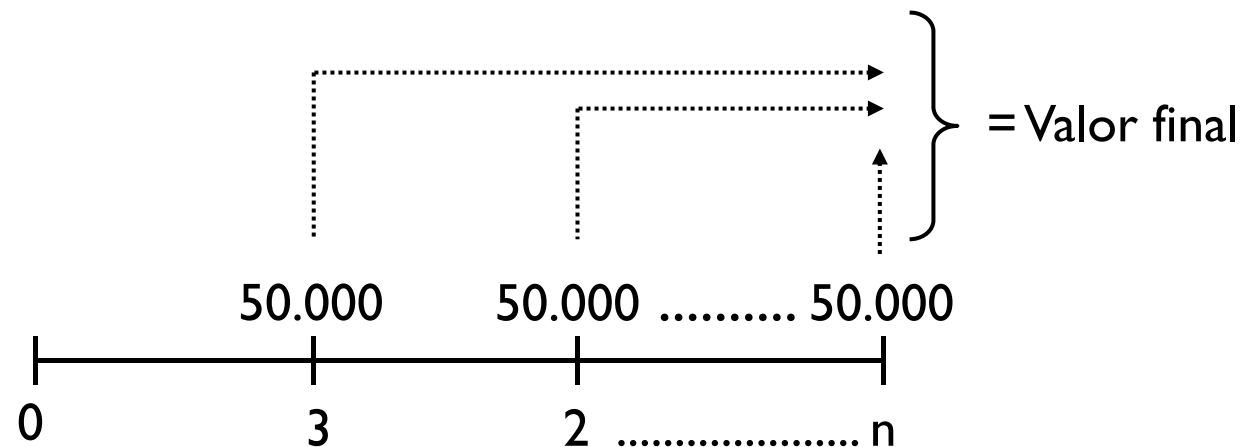
TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

c) Rentas temporales, diferidas y pospagables

Ejemplo 6:

Calcular el valor final de una renta anual, constante, cuyo primer término comienza a ser efectivo a los tres años, si su duración es de 12 años, la cuantía de sus términos 50.000 euros y el tipo de interés el 1,5%.



TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

c) Rentas temporales, diferidas y pospagables

Ejemplo 6:

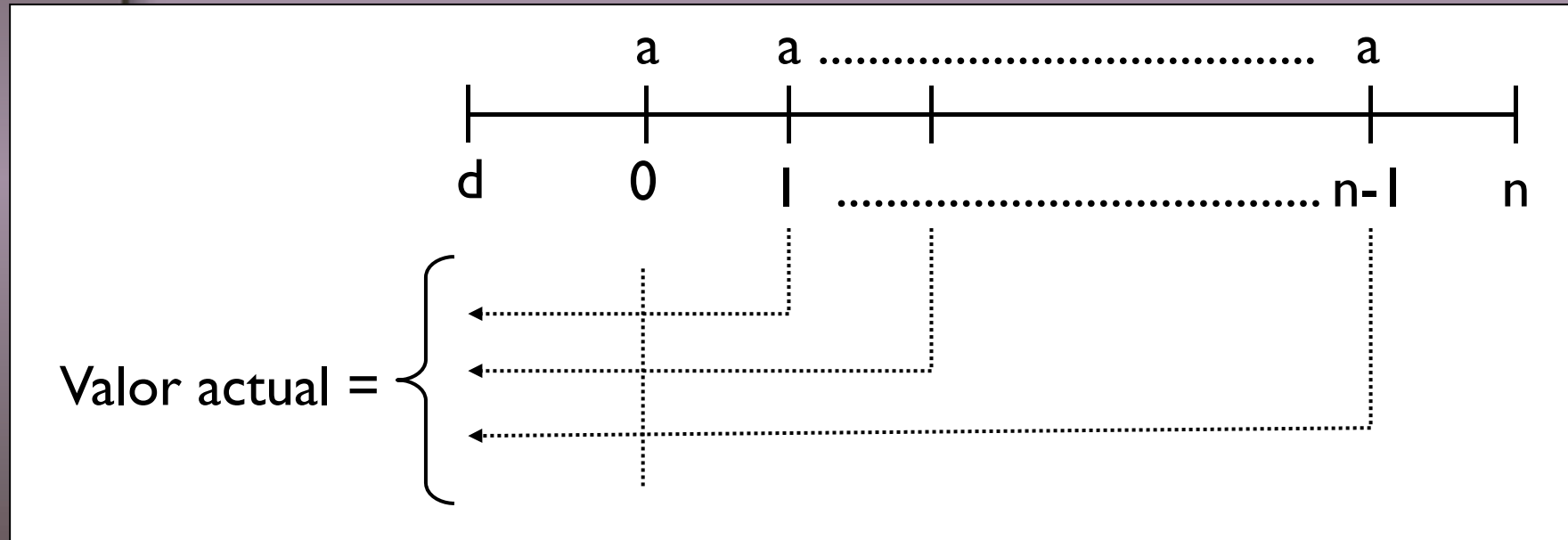
Calcular el valor final de una renta anual, constante, cuyo primer término comienza a ser efectivo a los tres años, si su duración es de 12 años, la cuantía de sus términos 50.000 euros y el tipo de interés el 1,5%.

$$\begin{aligned}\text{Valor final} &= d / a \cdot S_{\overline{n}|i} = 2 / 50.000 \cdot S_{\overline{10}|0,015} = \\ &= 50.000 \cdot S_{\overline{10}|0,015} = 535.136,08 \text{ €}\end{aligned}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

d) Rentas temporales, diferidas y prepagables

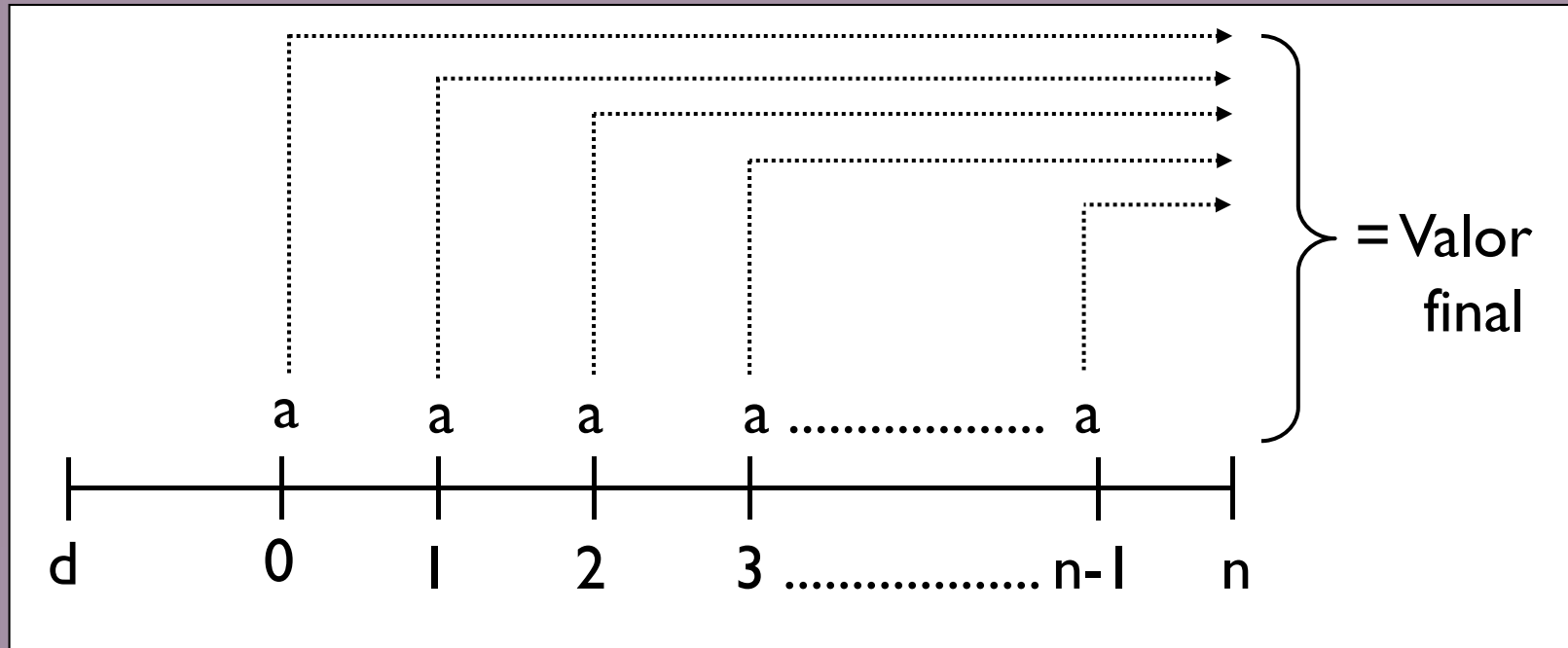


$$\text{Valor actual} = d / a \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|i} = a \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|i} \cdot (1+i)^{-d}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

d) Rentas temporales, diferidas y prepagables



$$\text{Valor final} = d / a \cdot \ddot{S}_{\overline{n}|i} = a \cdot \ddot{S}_{\overline{n}|i}$$

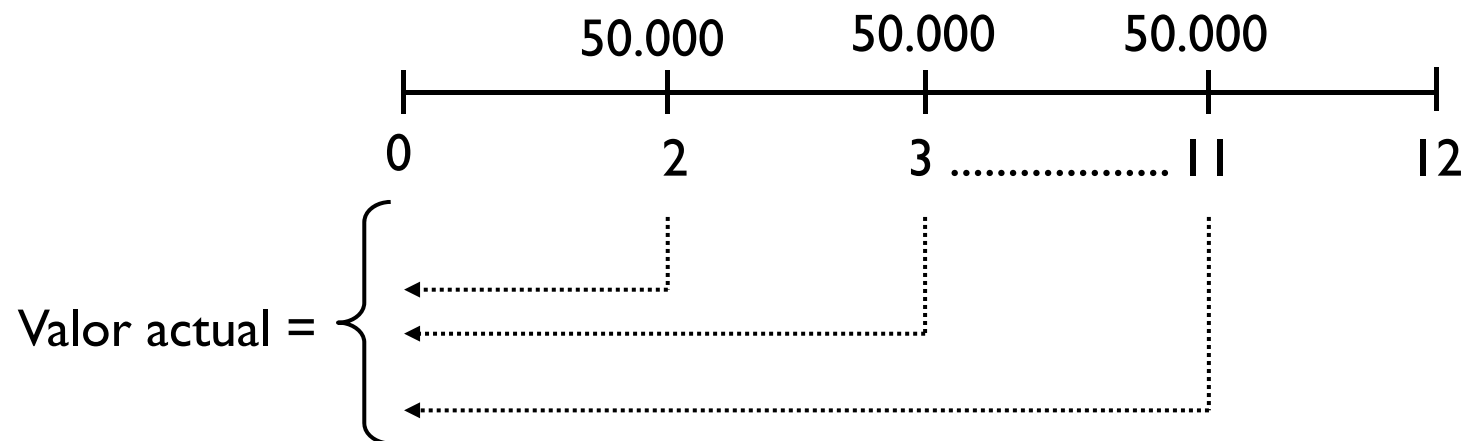
TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

d) Rentas temporales, diferidas y prepagables

Ejemplo 7:

Calcular el valor actual de una renta anual, constante, prepagable, cuyo primer término comienza a ser efectivo al comienzo del tercer año, si su duración es de 12 años, la cuantía de sus términos 50.000 euros y el tipo de interés el 1,5%.



TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

d) Rentas temporales, diferidas y prepagables

Ejemplo 7:

Calcular el valor actual de una renta anual, constante, prepagable, cuyo primer término comienza a ser efectivo al comienzo del tercer año, si su duración es de 12 años, la cuantía de sus términos 50.000 euros y el tipo de interés el 1,5%.

$$\begin{aligned} \text{Valor actual} &= d / a \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|i} = 2 / 50.000 \cdot \ddot{a}_{\overline{10}|0,015} = \\ &= 50.000 \cdot \ddot{a}_{\overline{10}|0,015} \cdot (1 + 0,015)^{-2} = 454.294,80 \text{ €} \end{aligned}$$

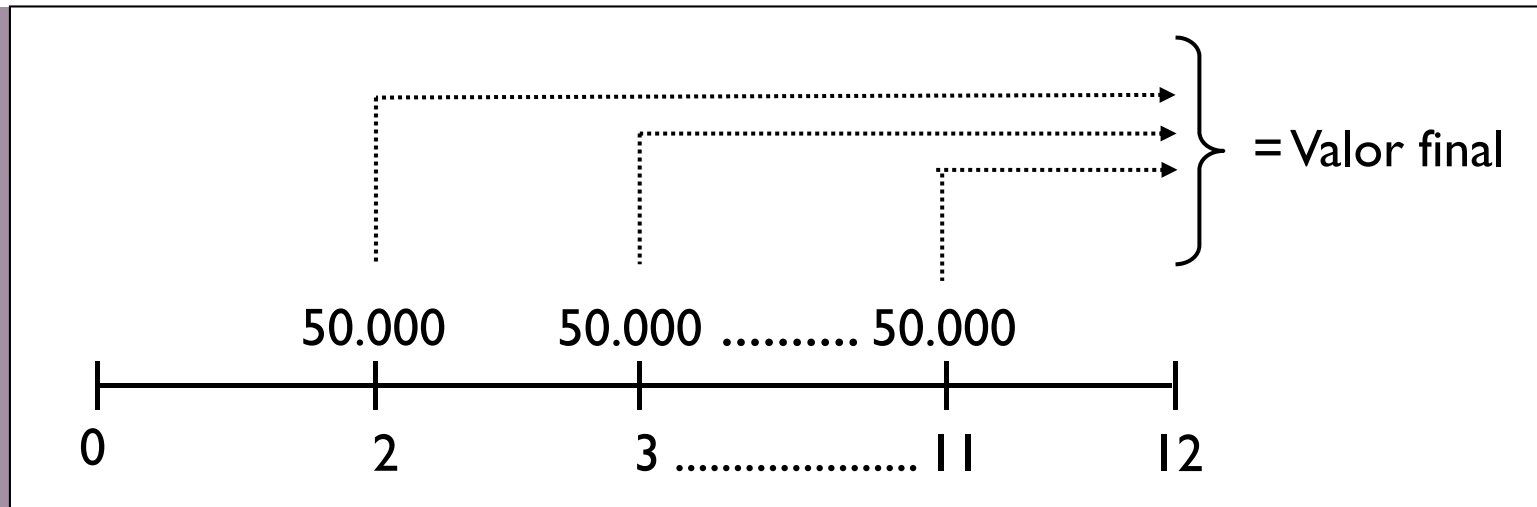
TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

d) Rentas temporales, diferidas y prepagables

Ejemplo 8:

Calcular el valor final de una renta anual, constante, prepagable, cuyo primer término comienza a ser efectivo al comienzo del tercer año, si su duración es de 12 años, la cuantía de sus términos 50.000 euros y el tipo de interés el 1,5%.



TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

d) Rentas temporales, diferidas y prepagables

Ejemplo 8:

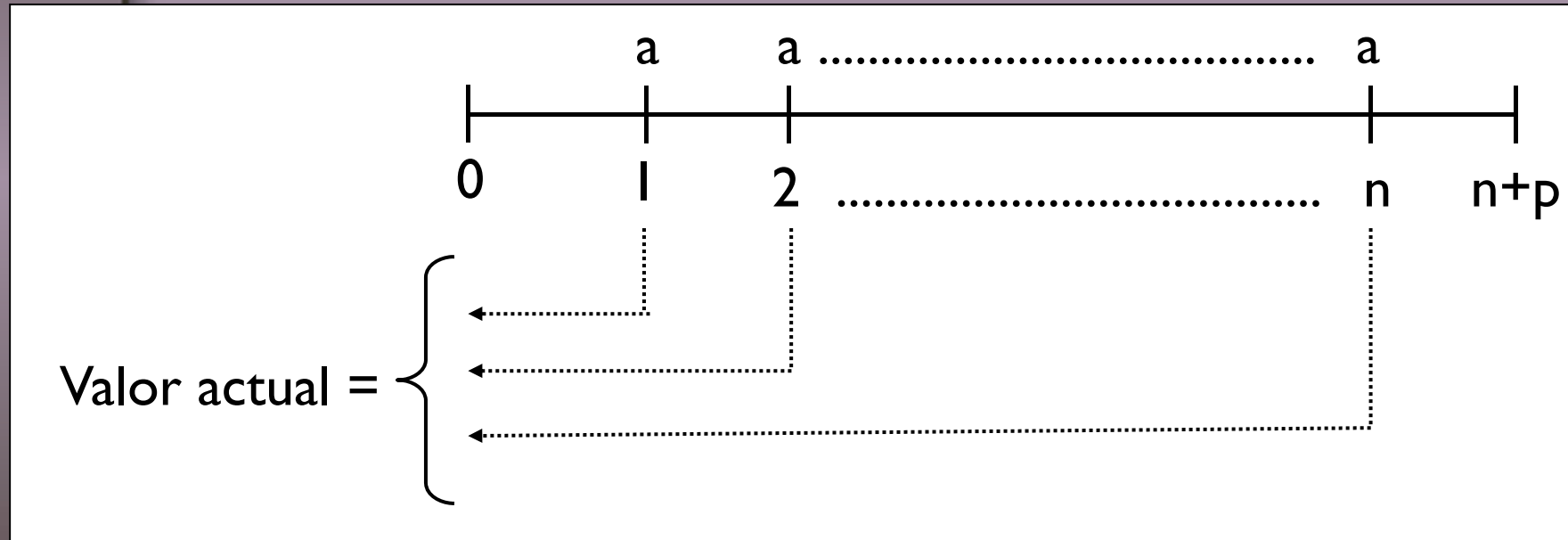
Calcular el valor final de una renta anual, constante, prepagable, cuyo primer término comienza a ser efectivo al comienzo del tercer año, si su duración es de 12 años, la cuantía de sus términos 50.000 euros y el tipo de interés el 1,5%.

$$\begin{aligned}\text{Valor final} &= d / a \cdot \ddot{S}_{\overline{10}|0,015} = 2 / 50.000 \cdot \ddot{S}_{\overline{10}|0,015} = \\ &= 50.000 \cdot \ddot{S}_{\overline{10}|0,015} = 543.163,14 \text{ €}\end{aligned}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

e) Rentas temporales, anticipadas y pospagables

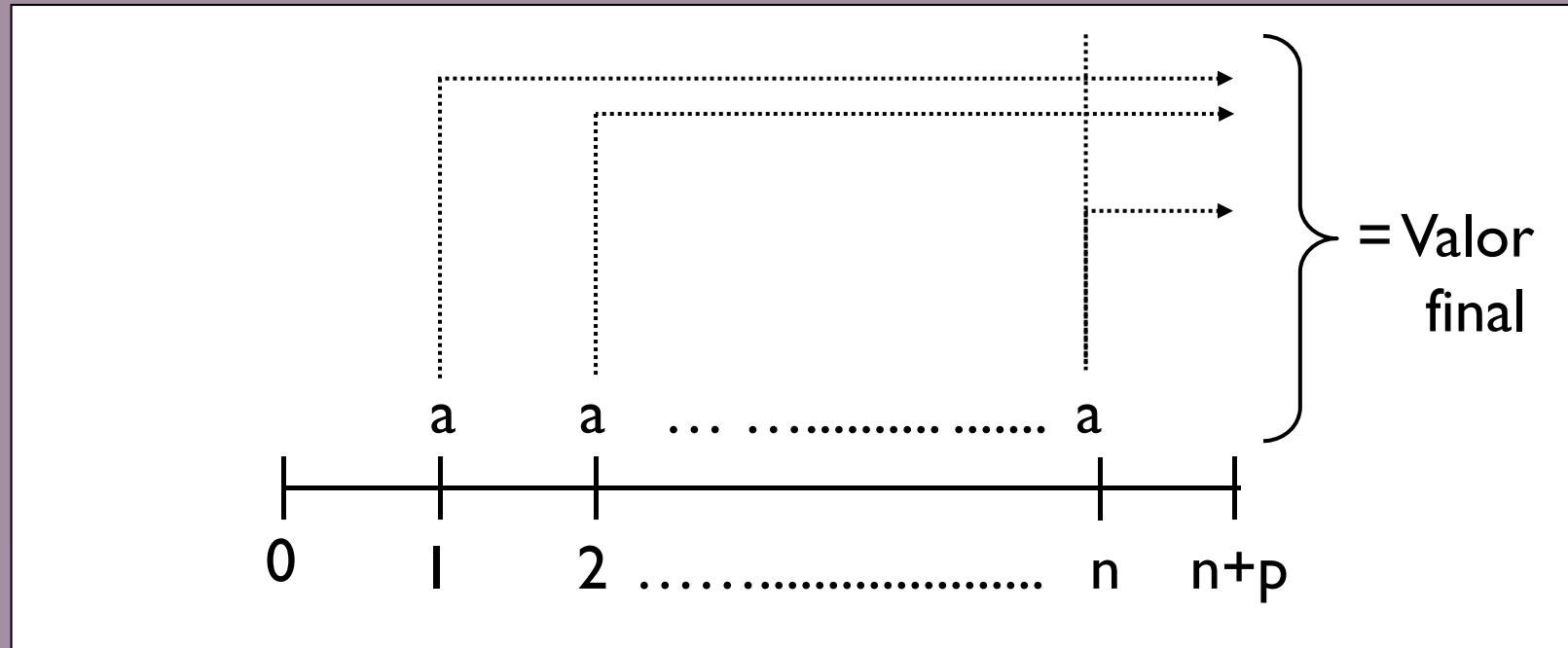


$$\text{Valor actual} = p / a \cdot a_{\overline{n}|i} = a \cdot a_{\overline{n}|i}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

e) Rentas temporales, anticipadas y pospagables



$$\text{Valor final} = p / a \cdot S_{\overline{n}|i} = a \cdot S_{\overline{n}|i} \cdot (1 + i)^p$$

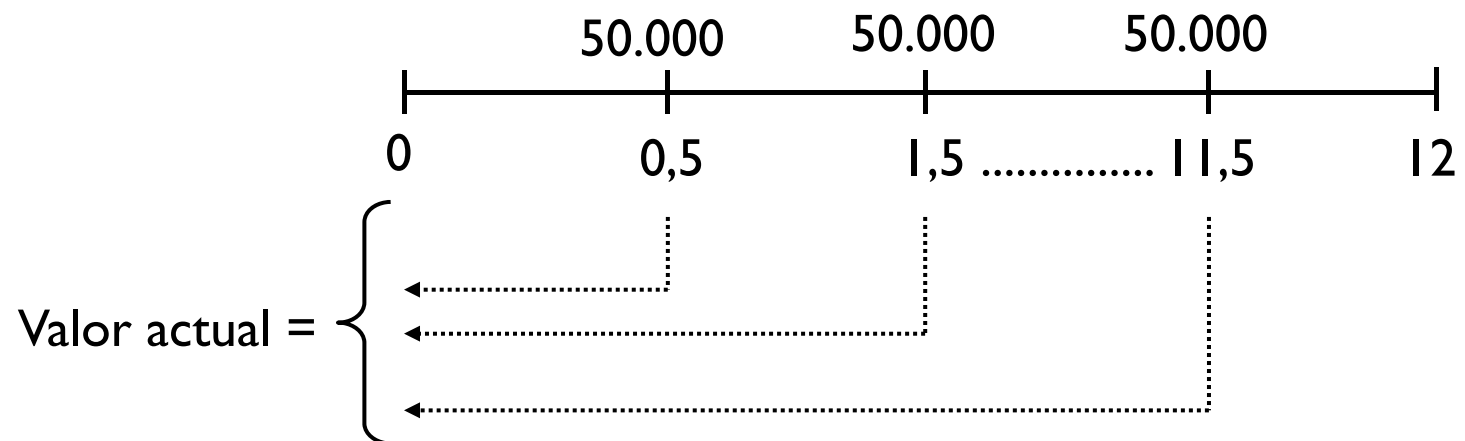
TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

e) Rentas temporales, anticipadas y pospagables

Ejemplo 9:

Calcular el valor actual de una renta anual, constante, cuyo primer término comienza a ser efectivo a los seis meses, si su duración es de 12 años, la cuantía de sus términos 50.000 euros y el tipo de interés el 1,5%.



TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

e) Rentas temporales, anticipadas y pospagables

Ejemplo 9:

Calcular el valor actual de una renta anual, constante, cuyo primer término comienza a ser efectivo a los seis meses, si su duración es de 12 años, la cuantía de sus términos 50.000 euros y el tipo de interés el 1,5%.

$$\begin{aligned}\text{Valor actual} &= 0,5 / a \cdot a_{\overline{12}|0,015} = \\ &= 50.000 \cdot a_{\overline{12}|0,015} \cdot (1 + 0,015)^{0,5} = \\ &= 549.450,35 \text{ €}\end{aligned}$$

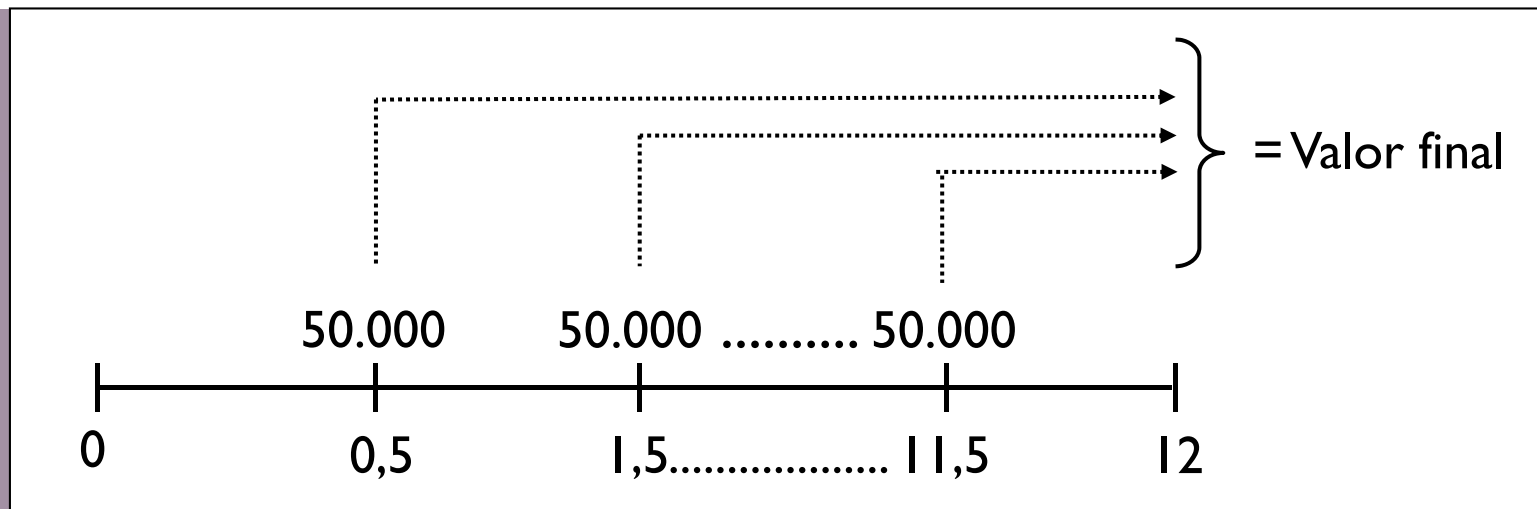
TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

e) Rentas temporales, anticipadas y pospagables

Ejemplo 10:

Calcular el valor final de una renta anual, constante, cuyo primer término comienza a ser efectivo a los seis meses, si su duración es de 12 años, la cuantía de sus términos 50.000 euros y el tipo de interés el 1,5%.



TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

e) Rentas temporales, anticipadas y pospagables

Ejemplo 10:

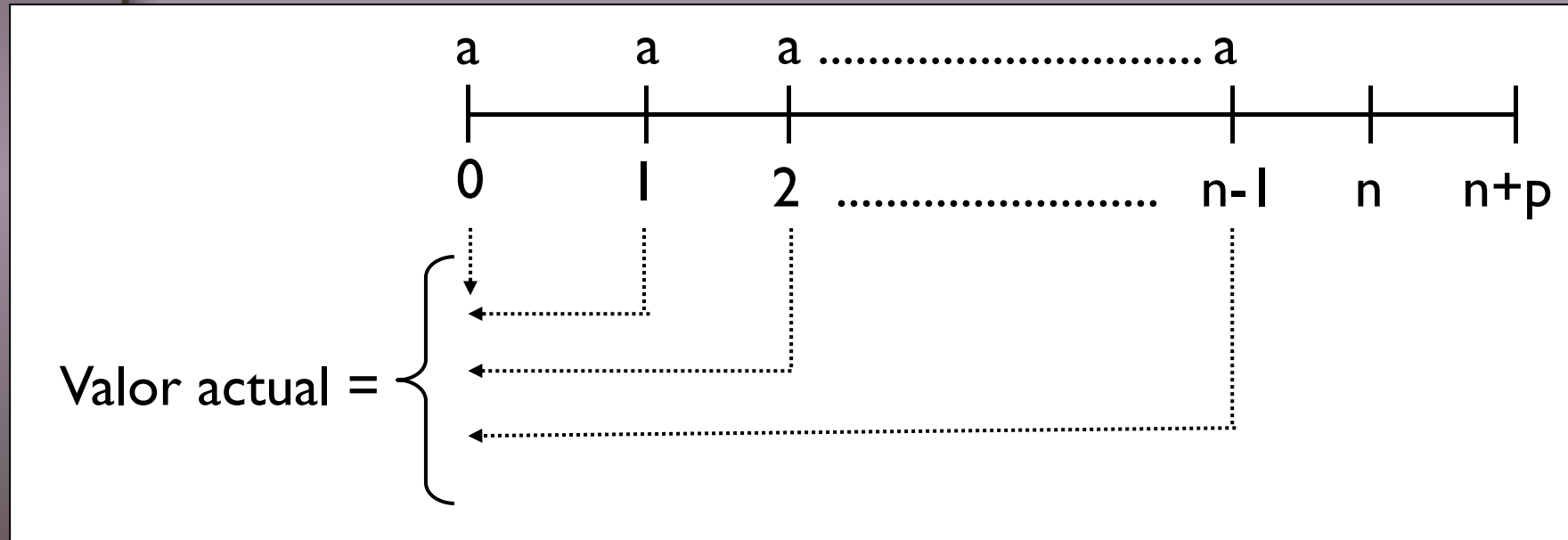
Calcular el valor final de una renta anual, constante, cuyo primer término comienza a ser efectivo a los seis meses, si su duración es de 12 años, la cuantía de sus términos 50.000 euros y el tipo de interés el 1,5%.

$$\begin{aligned}\text{Valor final} &= 0,5 / a \cdot S_{\overline{12}|0,015} = \\ &= 50.000 \cdot S_{\overline{12}|0,015} \cdot (1 + 0,015)^{0,5} = \\ &= 656.932,82 \text{ €}\end{aligned}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

f) Rentas temporales, anticipadas y prepagables

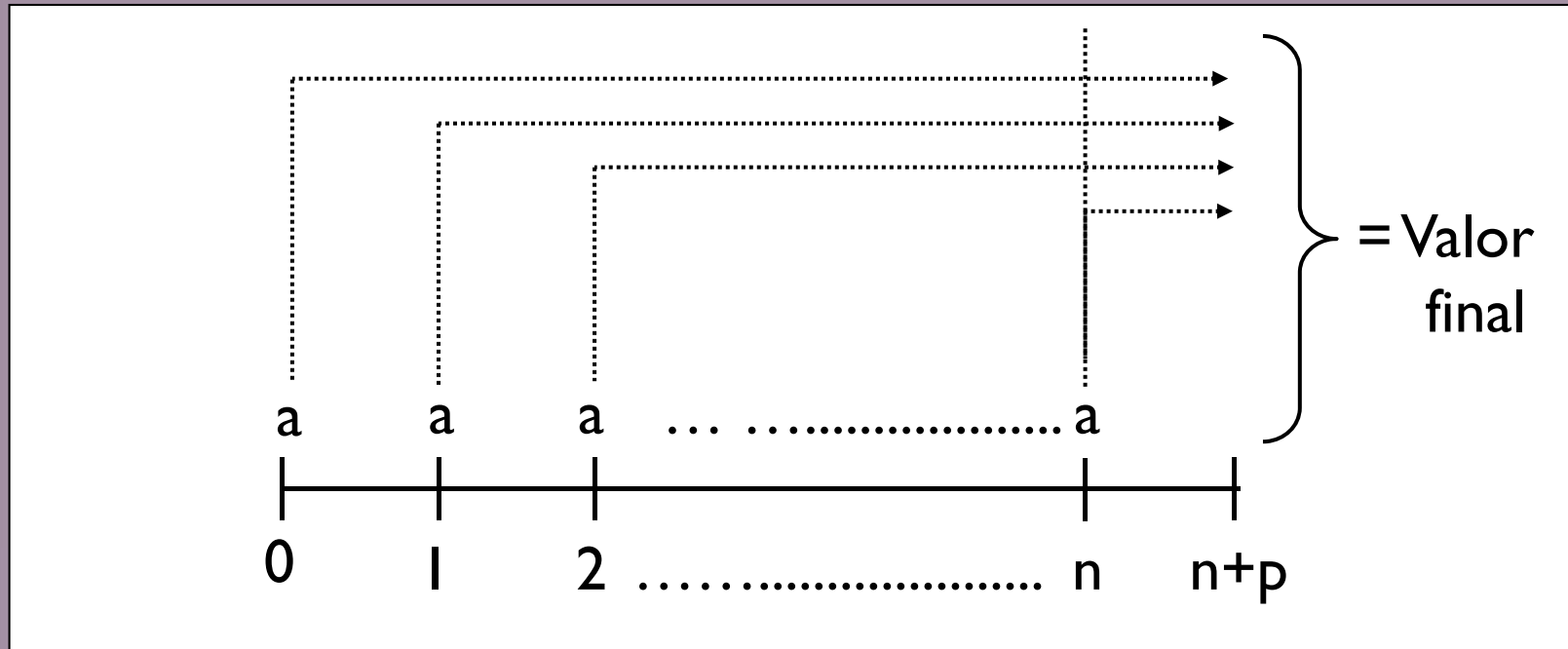


$$\text{Valor actual} = p / a \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|i} = a \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|i}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

f) Rentas temporales, anticipadas y prepagables



$$\text{Valor final} = p / a \cdot \ddot{S}_{\overline{n}|i} = a \cdot \ddot{S}_{\overline{n}|i} \cdot (1+i)^p$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

f) Rentas temporales, anticipadas y prepagables

Ejemplo 11:

Calcular el valor actual de una renta anual y prepagable de 10 términos de 50.000 euros, anticipada seis meses, si el tipo de interés es el 1,5%.

$$\begin{aligned}\text{Valor actual} &= 0,5 / a \cdot \ddot{a}_{\overline{10}|0,015} = \\ &= 50.000 \cdot \ddot{a}_{\overline{10}|0,015} = 468.025,87 \text{ €}\end{aligned}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.1. Rentas temporales.

f) Rentas temporales, anticipadas y prepagables

Ejemplo 12:

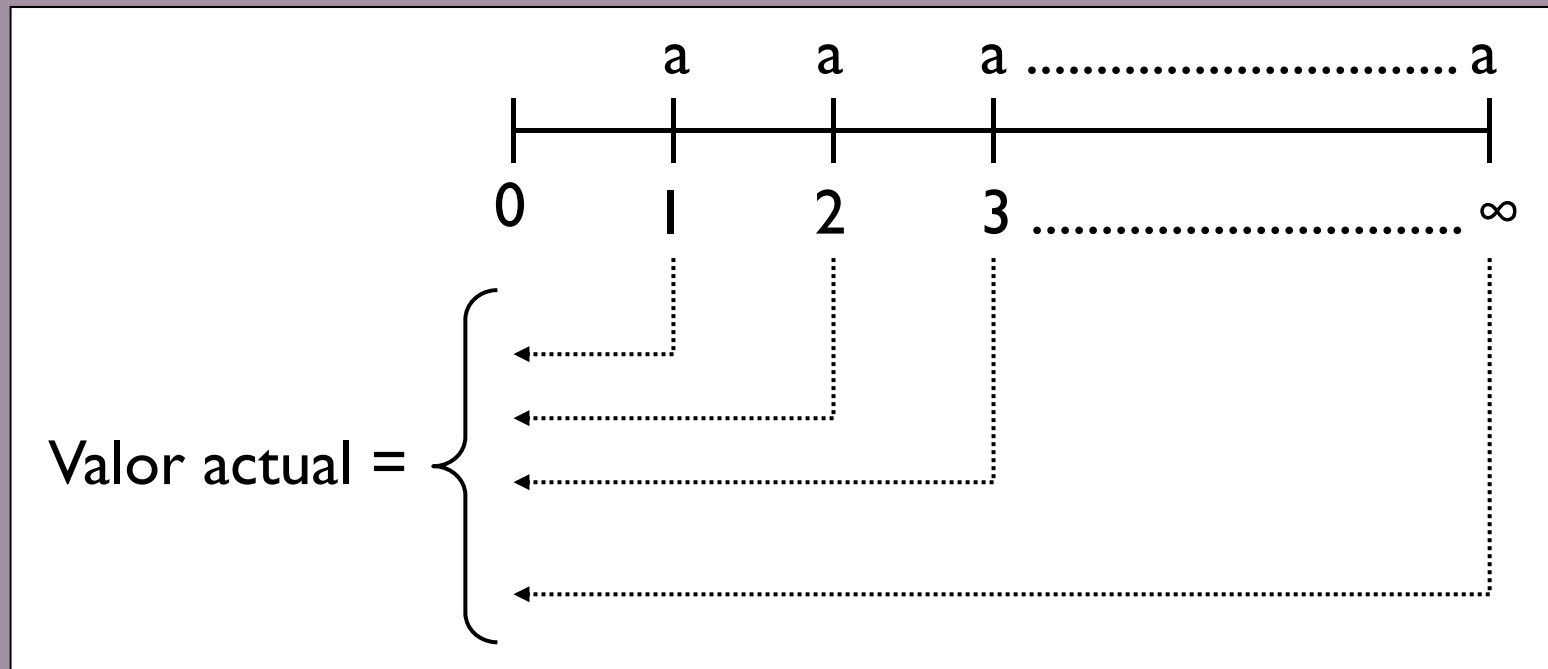
Calcular el valor final de una renta anual y prepagable de 10 términos de 50.000 euros, anticipada seis meses, si el tipo de interés es el 1,5%.

$$\begin{aligned}\text{Valor actual} &= 0,5 / a \cdot \ddot{S}_{\overline{10}|0,015} = \\ &= 50.000 \cdot \ddot{S}_{\overline{10}|0,015} \cdot (1 + 0,015)^{0,5} = \\ &= 547.221,68 \text{ €}\end{aligned}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.2. Rentas perpetuas.

a) Rentas perpetuas, inmediatas y pospagables



$$\text{Valor actual} = a \cdot a_{\infty|i} = \lim_{n \rightarrow \infty} a \cdot a_{n|i} = \lim_{n \rightarrow \infty} a \cdot \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} = a \cdot \frac{1}{i}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.2. Rentas perpetuas.

a) Rentas perpetuas, inmediatas y pospagables

Ejemplo 13:

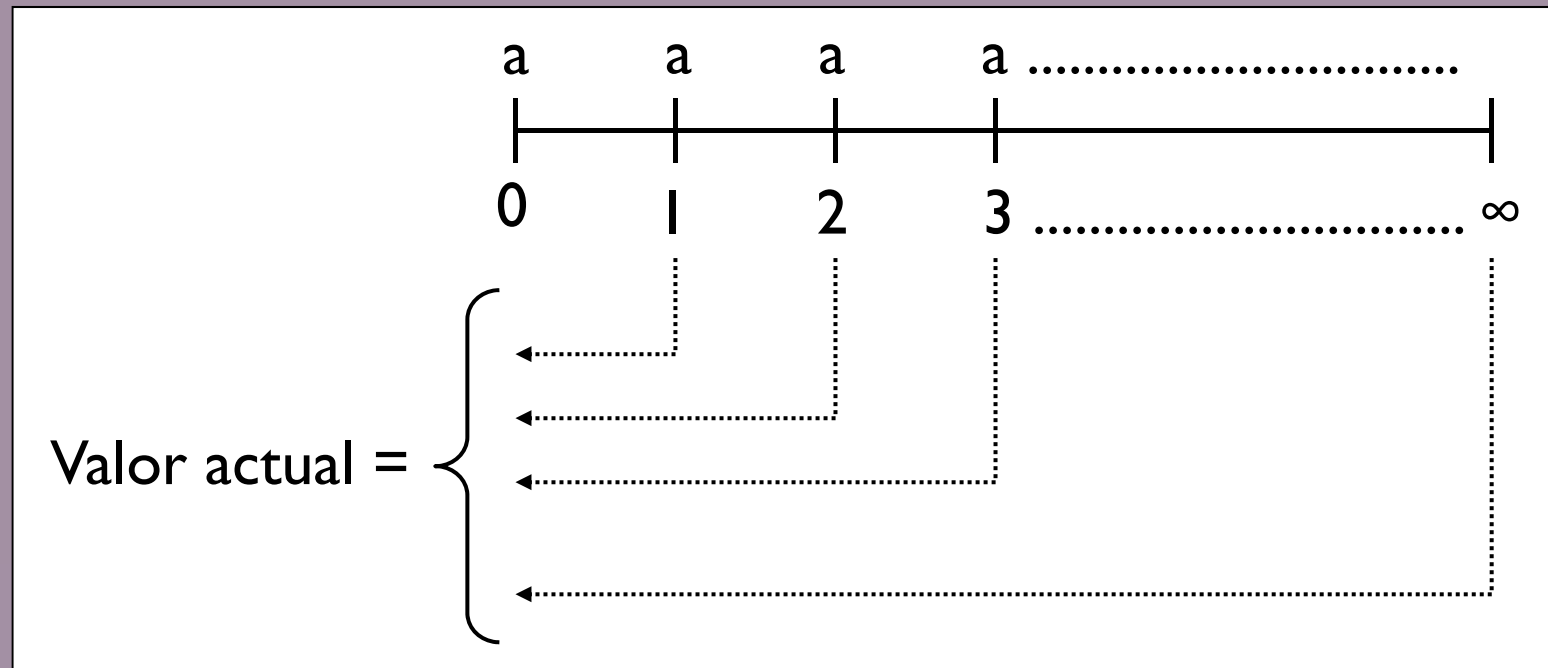
Calcular el valor actual de una renta anual, perpetua, cuyos términos son de 50.000 euros y el tipo de interés el 1,5%.

$$\begin{aligned}\text{Valor actual} &= a \cdot a_{\infty|i} = 50.000 \cdot a_{\infty|0,015} = \\ &= 50.000 \cdot \frac{1}{0,015} = 3.333.333,33 \text{ €}\end{aligned}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.2. Rentas perpetuas.

b) Rentas perpetuas, inmediatas y prepagables



$$\text{Valor actual} = a \cdot \ddot{a}_{\infty|i} = \lim_{n \rightarrow \infty} a \cdot \ddot{a}_{n|i} = \lim_{n \rightarrow \infty} a \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \cdot (1+i) = a \cdot \frac{1}{i} \cdot (1+i)$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.2. Rentas perpetuas.

b) Rentas perpetuas, inmediatas y prepagables

Ejemplo 14:

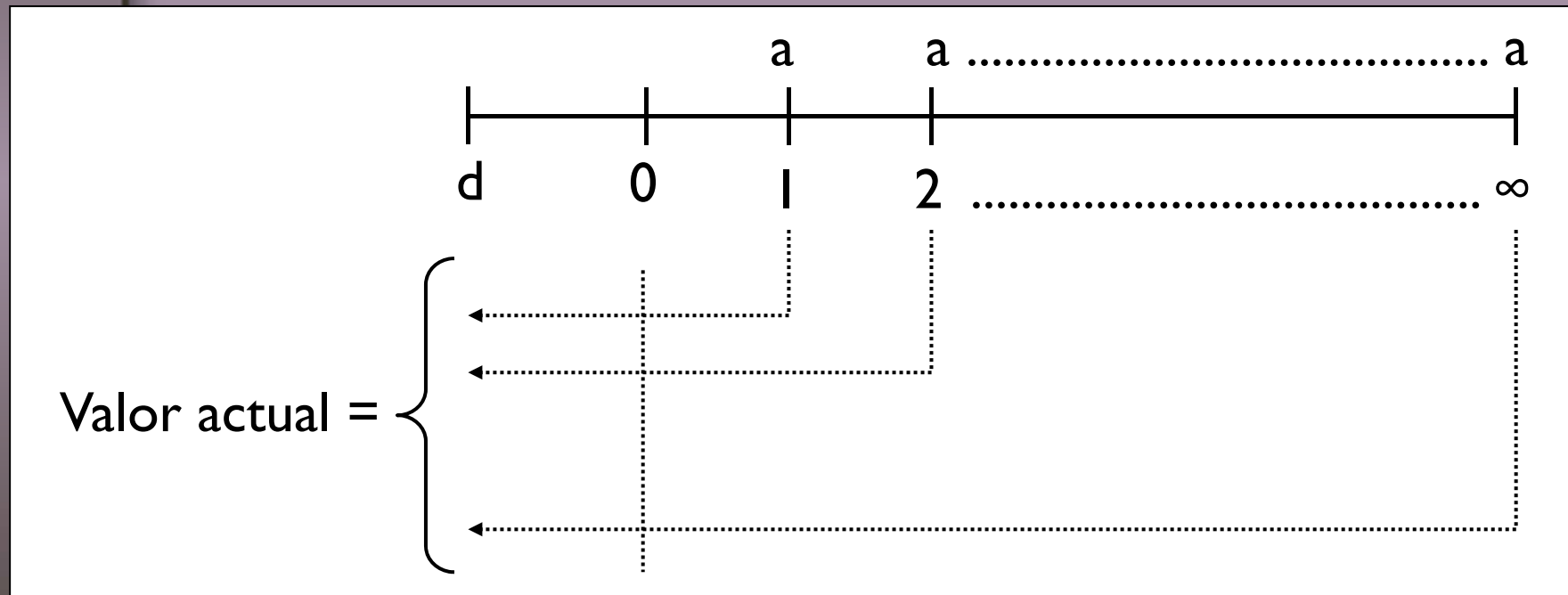
Calcular el valor actual de una renta anual, perpetua y prepagable, cuyos términos son de 50.000 euros y el tipo de interés el 1,5%.

$$\begin{aligned}\text{Valor actual} &= a \cdot \ddot{a}_{\infty|i} = 50.000 \cdot \ddot{a}_{\infty|0,015} = \\ &= 50.000 \cdot \frac{1}{0,015} \cdot (1 + 0,015) = 3.383.333,33 \text{ €}\end{aligned}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.2. Rentas perpetuas.

c) Rentas perpetuas, diferidas y pospagables



$$\text{Valor actual} = d / a \cdot a_{\infty|i} = a \cdot a_{\infty|i} \cdot (1+i)^{-d}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.2. Rentas perpetuas.

c) Rentas perpetuas, diferidas y pospagables

Ejemplo 15:

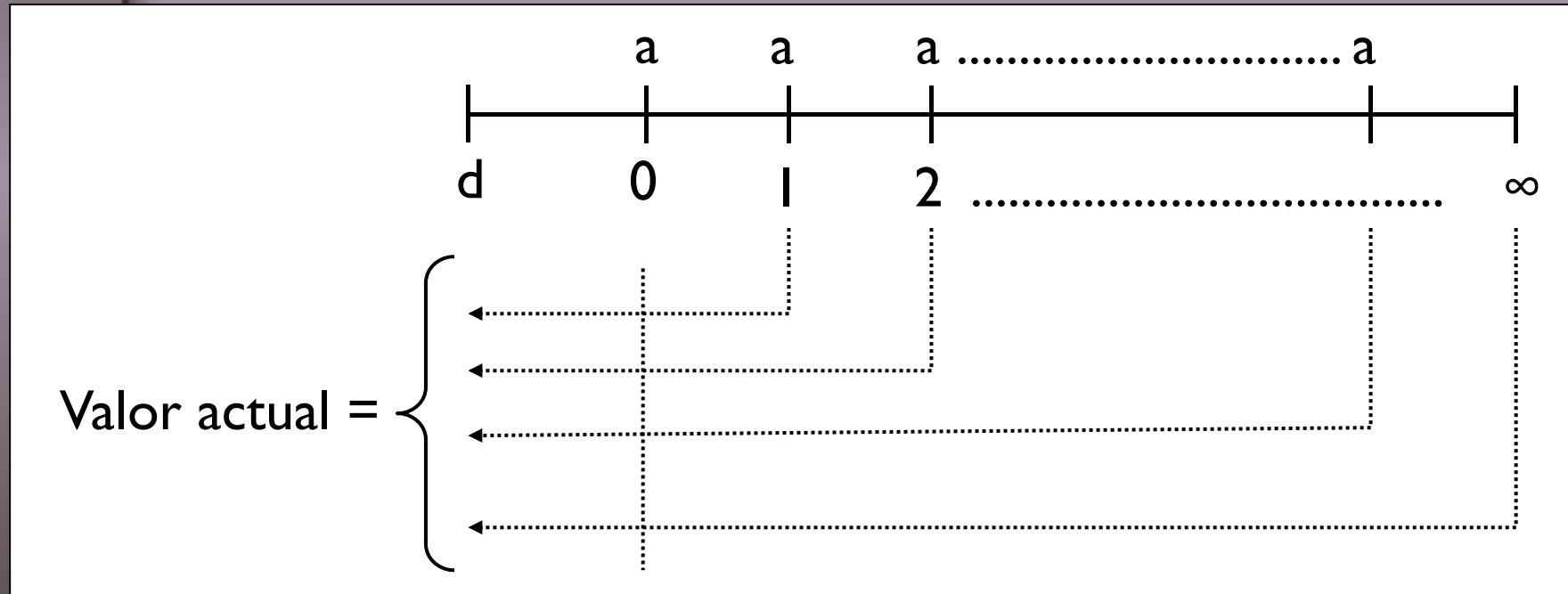
Calcular el valor actual de una renta anual, perpetua, cuyos términos son de 50.000 euros y comienzan a hacerse efectivos en el tercer año, si el tipo de interés es el 1,5%.

$$\begin{aligned}\text{Valor actual} &= d / a \cdot a_{\infty|i} = 2 / 50.000 \cdot a_{\infty|i} = \\ &= 50.000 \cdot \frac{1}{0,015} \cdot (1 + 0,015)^{-2} = 3.235.539,16 \text{ €}\end{aligned}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.2. Rentas perpetuas.

d) Rentas perpetuas, diferidas y prepagables



$$\text{Valor actual} = d / a \cdot \ddot{a}_{\infty|i} = a \cdot \ddot{a}_{\infty|i} \cdot (1+i)^{-d}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.2. Rentas perpetuas.

d) Rentas perpetuas, diferidas y prepagables

Ejemplo 16:

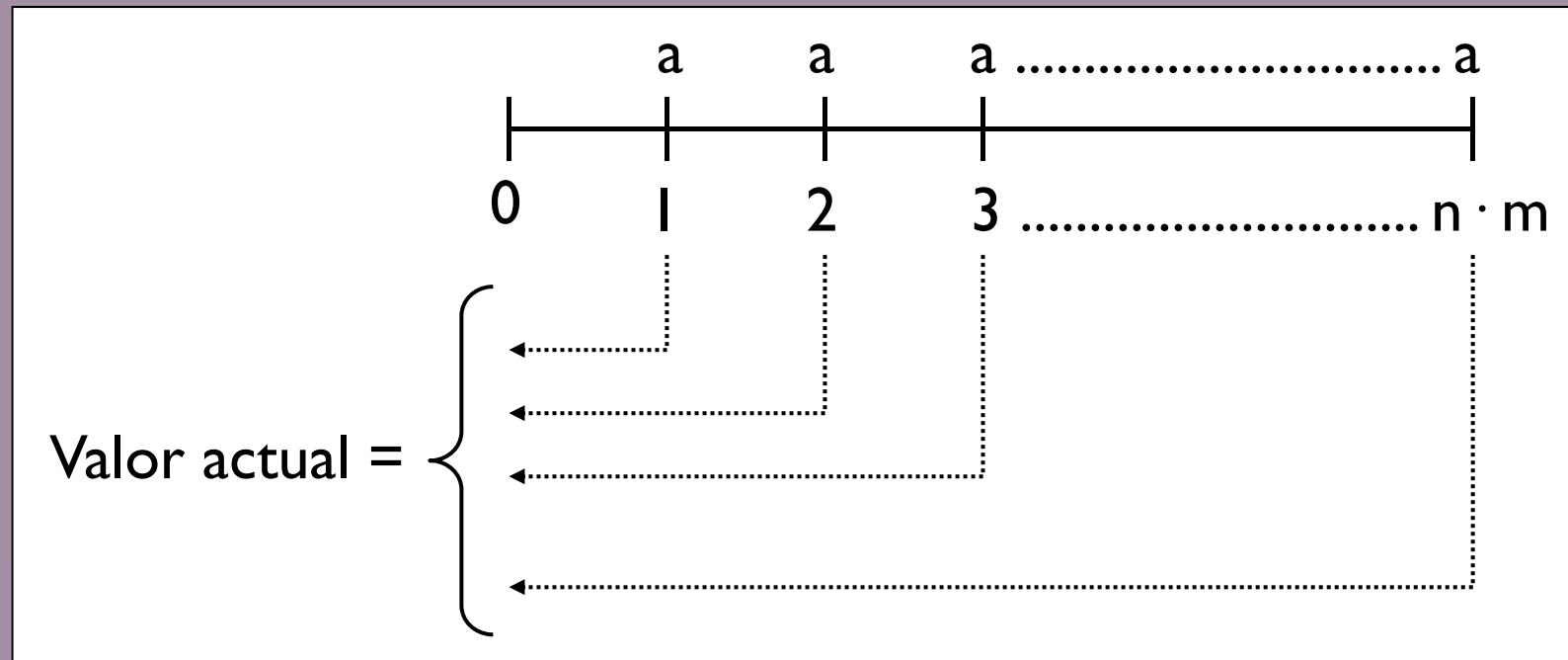
Calcular el valor actual de una renta anual, perpetua, y prepagable, cuyos términos son de 50.000 euros y comienzan a hacerse efectivos al comienzo del tercer año, si el tipo de interés es el 1,5%.

$$\begin{aligned}\text{Valor actual} &= d / a \cdot \ddot{a}_{\infty|i} = 2 / 50.000 \cdot \ddot{a}_{\infty|i} = \\ &= 50.000 \cdot \frac{1}{0,015} \cdot (1 + 0,015) \cdot (1 + 0,015)^{-2} = \\ &= 50.000 \cdot \frac{1}{0,015} \cdot (1 + 0,015)^{-1} = 3.284.072,25 \text{ €}\end{aligned}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables

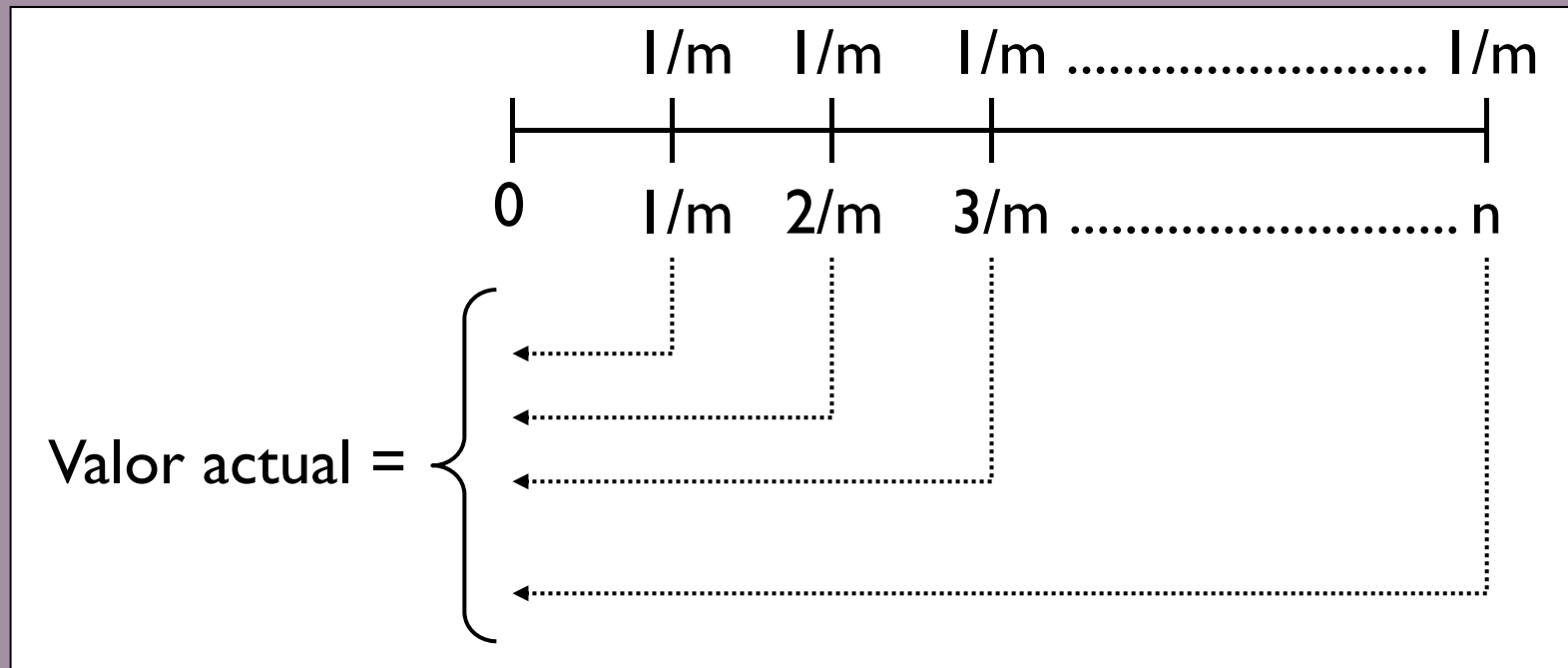


$$\text{Valor actual} = \frac{a}{1+i_m} + \frac{a}{(1+i_m)^2} + \dots + \frac{a}{(1+i_m)^{n \cdot m}} = a \cdot \frac{1 - (1+i_m)^{-n \cdot m}}{i_m} = a \cdot a_{\overline{n \cdot m}|i_m}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables

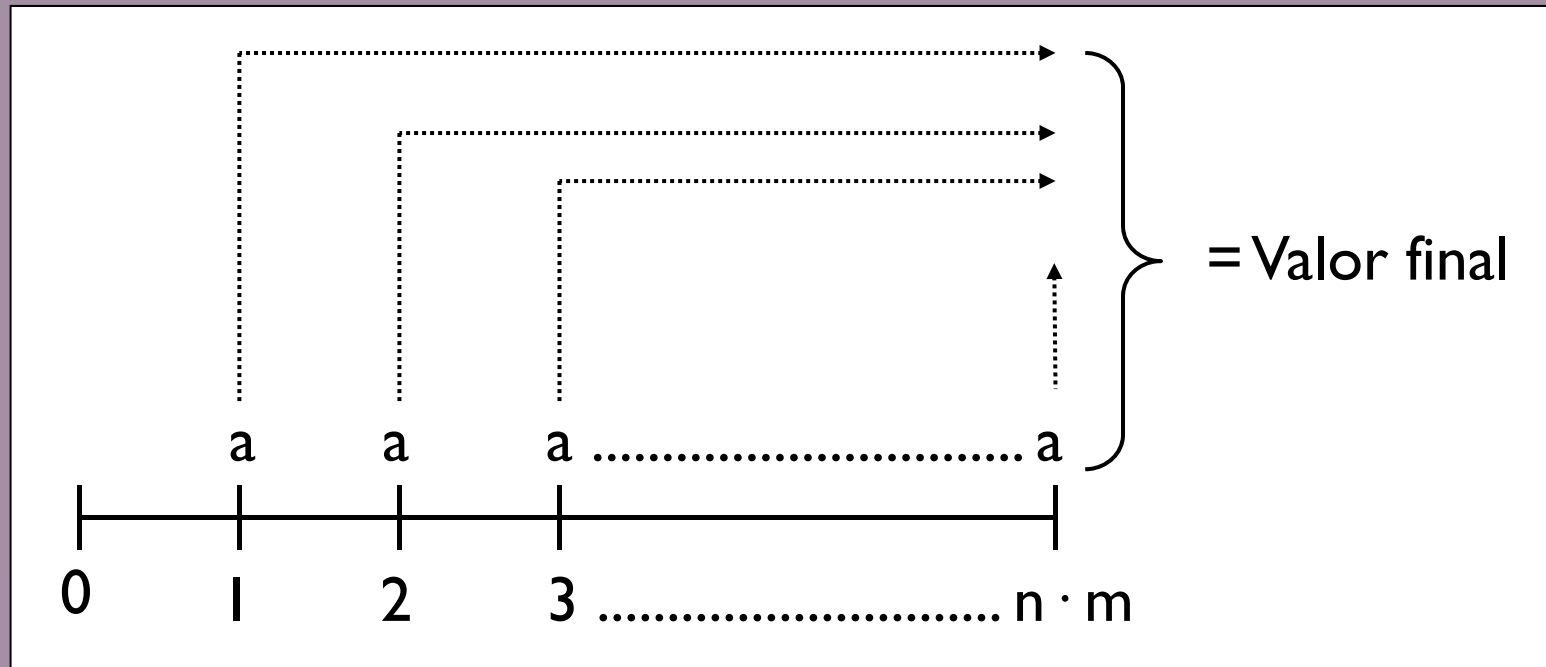


$$\text{Valor actual} = \frac{1/m}{(1+i)^{1/m}} + \frac{1/m}{(1+i)^{2/m}} + \dots + \frac{1/m}{(1+i)^{n \cdot (m/m)}} = \frac{i}{J_{(m)}} \cdot \left(\frac{1}{m} \cdot m \right) \cdot a_{\overline{n}|i} = a_{\overline{n}|i}^{(m)}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables

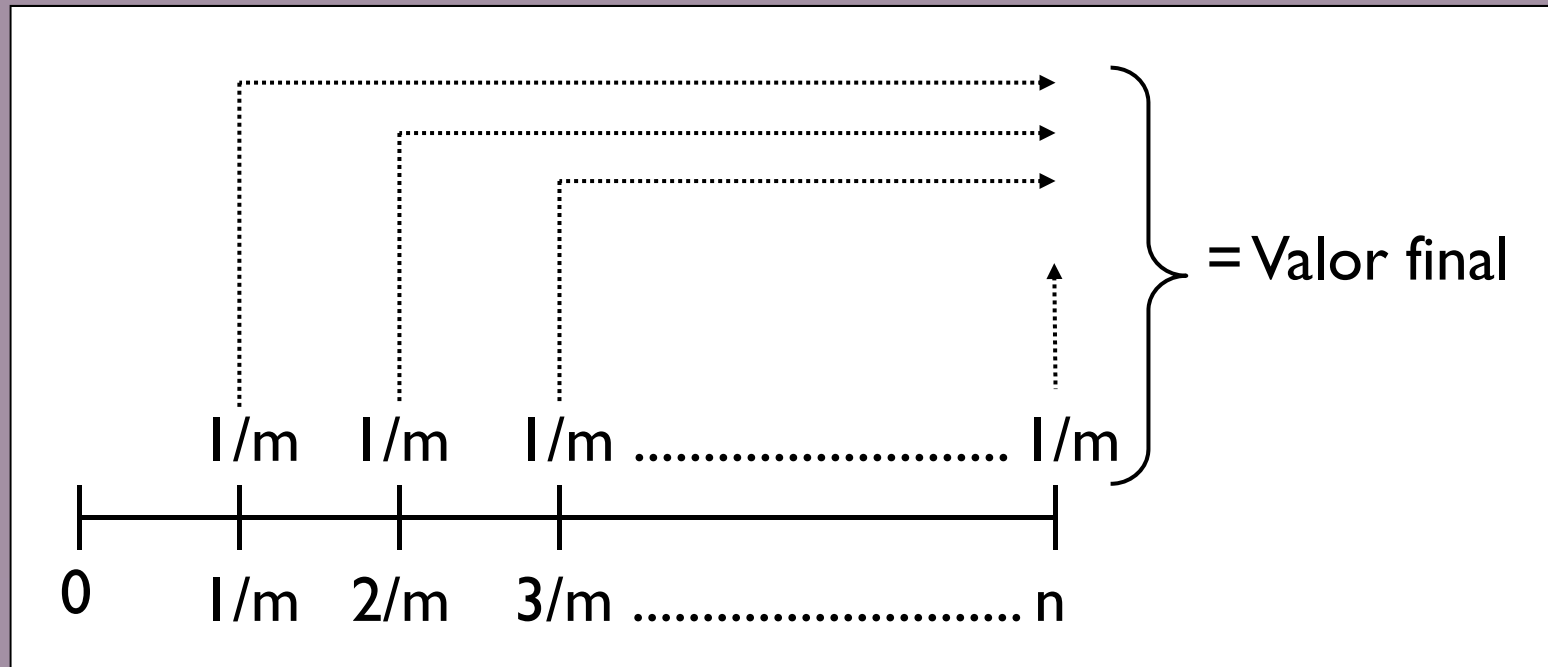


$$\text{Valor final} = a \cdot (1 + i_m)^{n \cdot m - 1} + a \cdot (1 + i_m)^{n \cdot m - 2} + \dots + a = a \cdot \frac{(1 + i_m)^{n \cdot m} - 1}{i_m} = a \cdot S_{\overline{n \cdot m}|i_m}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables



$$\text{Valor final} = \frac{1}{m} \cdot (1+i)^{n-(1/m)} + \frac{1}{m} \cdot (1+i)^{n-(2/m)} + \dots + \frac{1}{m} = \frac{i}{J_{(m)}} \cdot \left(\frac{1}{m} \cdot m \right) \cdot S_{\overline{n}|i} = S_{\overline{n}|i}^{(m)}$$

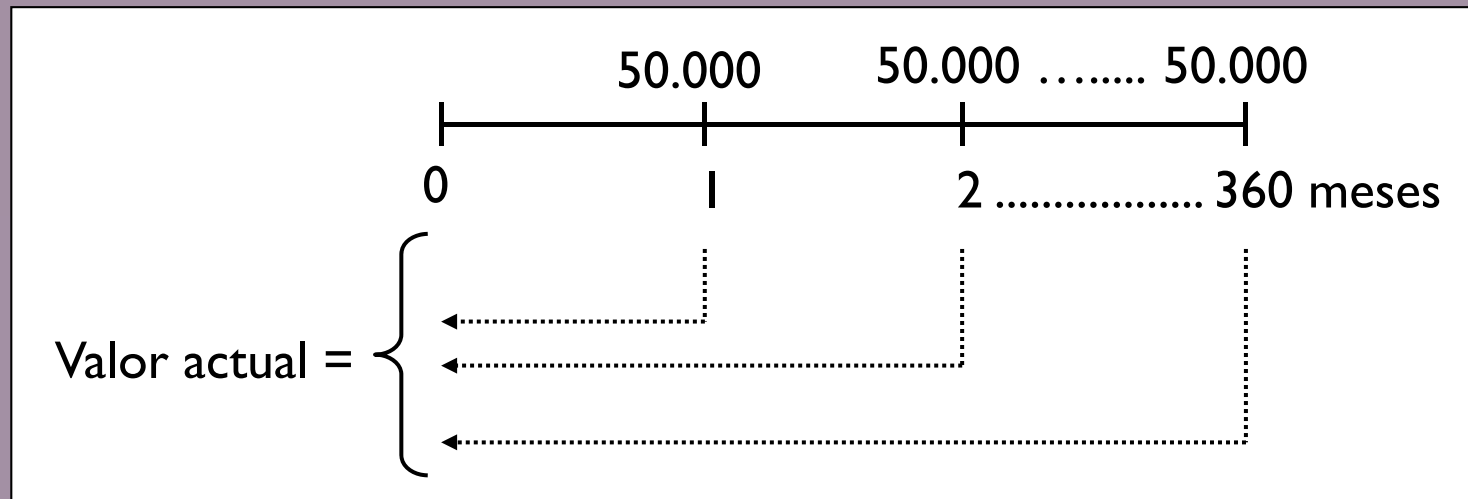
TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables

Ejemplo 17:

Calcular el valor actual de una renta mensual, constante, con una duración de 30 años, si sus términos son de 50.000 euros y el tipo de interés el 2,5%.



TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables

Ejemplo 17:

Calcular el valor actual de una renta mensual, constante, con una duración de 30 años, si sus términos son de 50.000 euros y el tipo de interés el 2,5%.

$$1 + i = (1 + i_{12})^{12}$$

$$i_{12} = (1 + i)^{1/12} - 1 = (1 + 0,025)^{1/12} - 1 = 0,002059836$$

$$\begin{aligned} \text{Valor actual} &= a \cdot a_{\overline{n \cdot m}|i_m} = 50.000 \cdot a_{\overline{360}|0,002059836} = \\ &= 12.701.429,80 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables

Ejemplo 17:

Calcular el valor actual de una renta mensual, constante, con una duración de 30 años, si sus términos son de 50.000 euros y el tipo de interés el 2,5%.

$$J_{(12)} = i_{12} \cdot 12 = 0,002059836 \cdot 12 = 0,024718035$$

$$\begin{aligned} \text{Valor actual} &= \frac{i}{J_{(m)}} \cdot \left(\frac{1}{m} \cdot m \right) \cdot a_{\overline{n}|i} = \frac{0,025}{J_{(12)}} \cdot (50.000 \cdot 12) \cdot a_{\overline{30}|0,025} = \\ &= \frac{0,025}{0,024718035} \cdot (50.000 \cdot 12) \cdot a_{\overline{30}|0,025} = 12.701.429,84 \text{ €} \end{aligned}$$

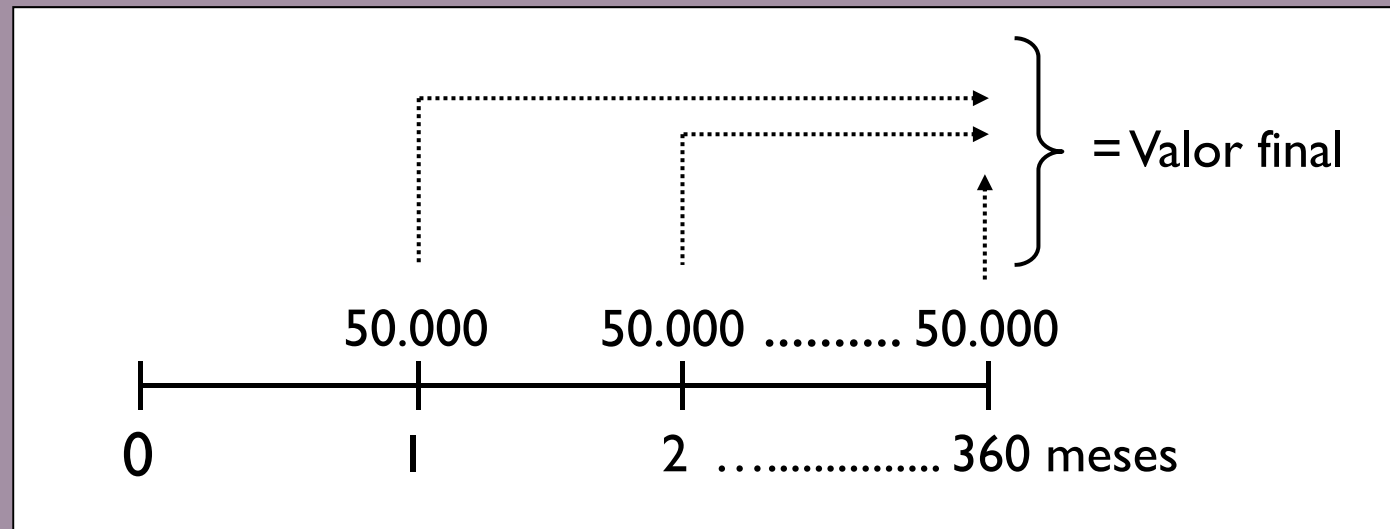
TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables

Ejemplo 18:

Calcular el valor final de una renta mensual, constante, con una duración de 30 años, si sus términos son de 50.000 euros y el tipo de interés el 2,5%.



TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables

Ejemplo 18:

Calcular el valor final de una renta mensual, constante, con una duración de 30 años, si sus términos son de 50.000 euros y el tipo de interés el 2,5%.

$$1 + i = (1 + i_{12})^{12}$$

$$i_{12} = (1 + i)^{1/12} - 1 = (1 + 0,025)^{1/12} - 1 = 0,002059836$$

$$\begin{aligned} \text{Valor final} &= a \cdot S_{\overline{n \cdot m}|i_m} = 50.000 \cdot S_{\overline{360}|0,002059836} = \\ &= 26.642.107,26 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables

Ejemplo 18:

Calcular el valor final de una renta mensual, constante, con una duración de 30 años, si sus términos son de 50.000 euros y el tipo de interés el 2,5%.

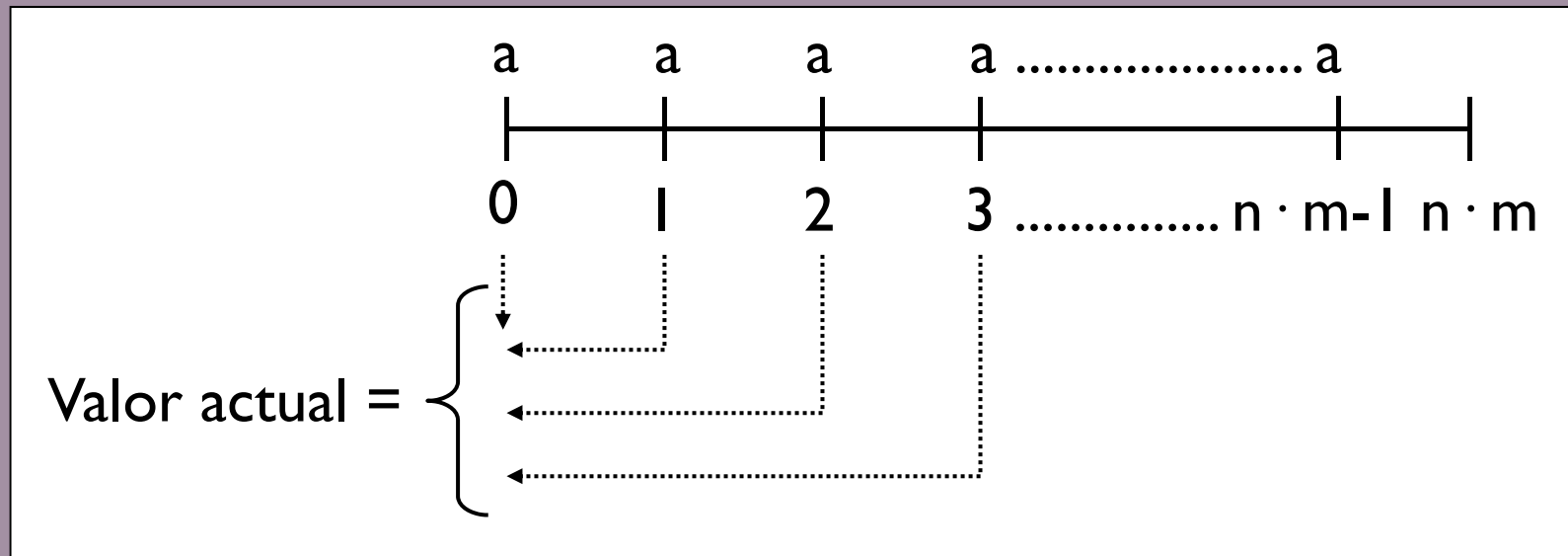
$$J_{(12)} = i_{12} \cdot 12 = 0,002059836 \cdot 12 = 0,024718035$$

$$\begin{aligned} \text{Valor final} &= \frac{i}{J_{(m)}} \cdot \left(\frac{1}{m} \cdot m \right) \cdot S_{\overline{n}|i} = \frac{0,025}{J_{(12)}} \cdot (50.000 \cdot 12) \cdot S_{\overline{30}|0,025} = \\ &= \frac{0,025}{0,024718035} \cdot (50.000 \cdot 12) \cdot S_{\overline{30}|0,025} = 26.642.107,44 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

b) Rentas temporales, inmediatas y prepagables

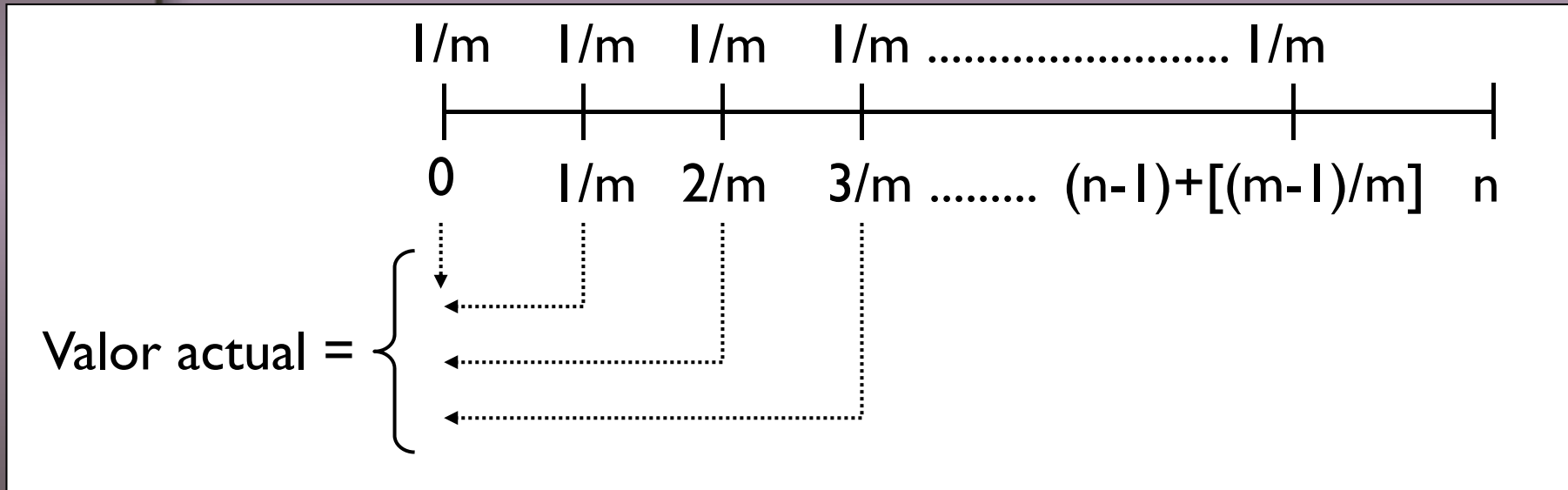


$$\text{Valor actual} = a \cdot \ddot{a}_{\overline{n \cdot m}|i_m} = a \cdot a_{\overline{n \cdot m}|i_m} \cdot (1 + i_m)$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

b) Rentas temporales, inmediatas y prepagables

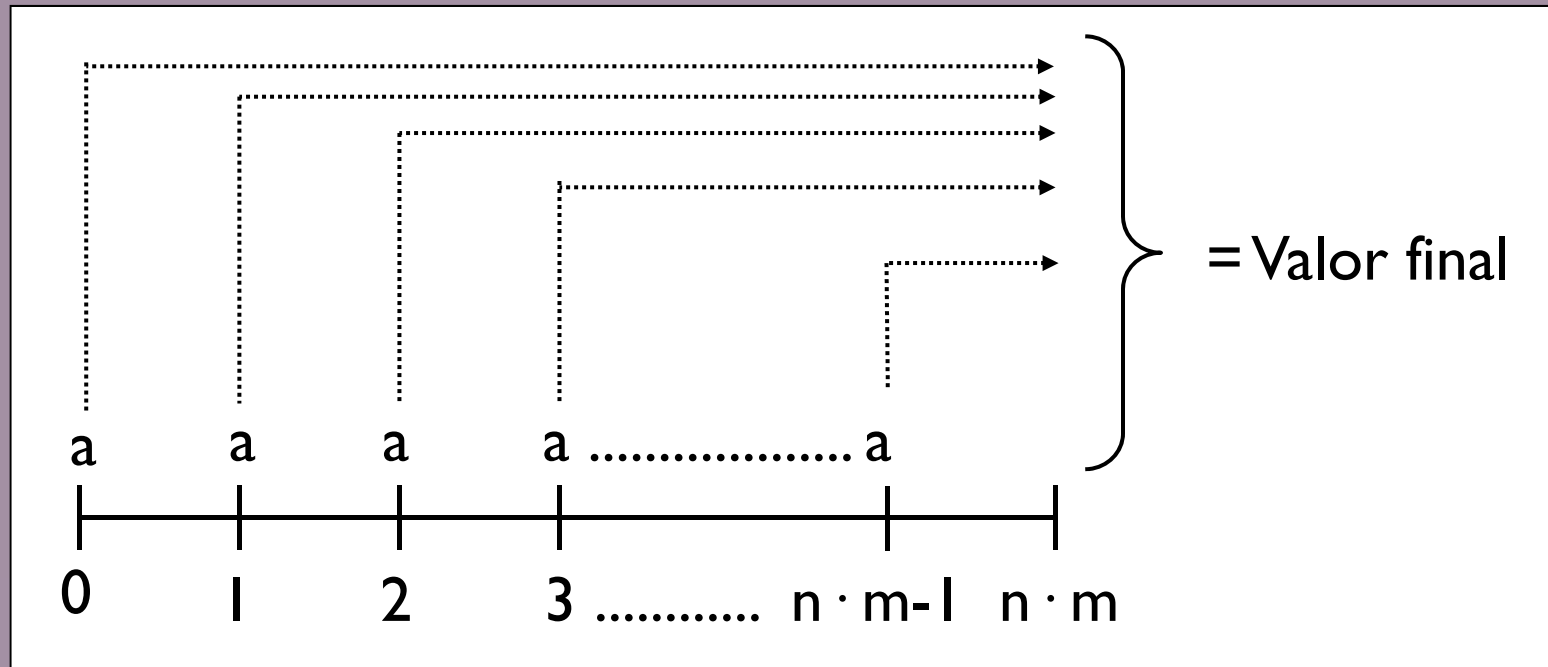


$$\text{Valor actual} = \ddot{a}_{\overline{n}|i}^{(m)} = a_{\overline{n}|i}^{(m)} \cdot (1 + i_m)$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

b) Rentas temporales, inmediatas y prepagables

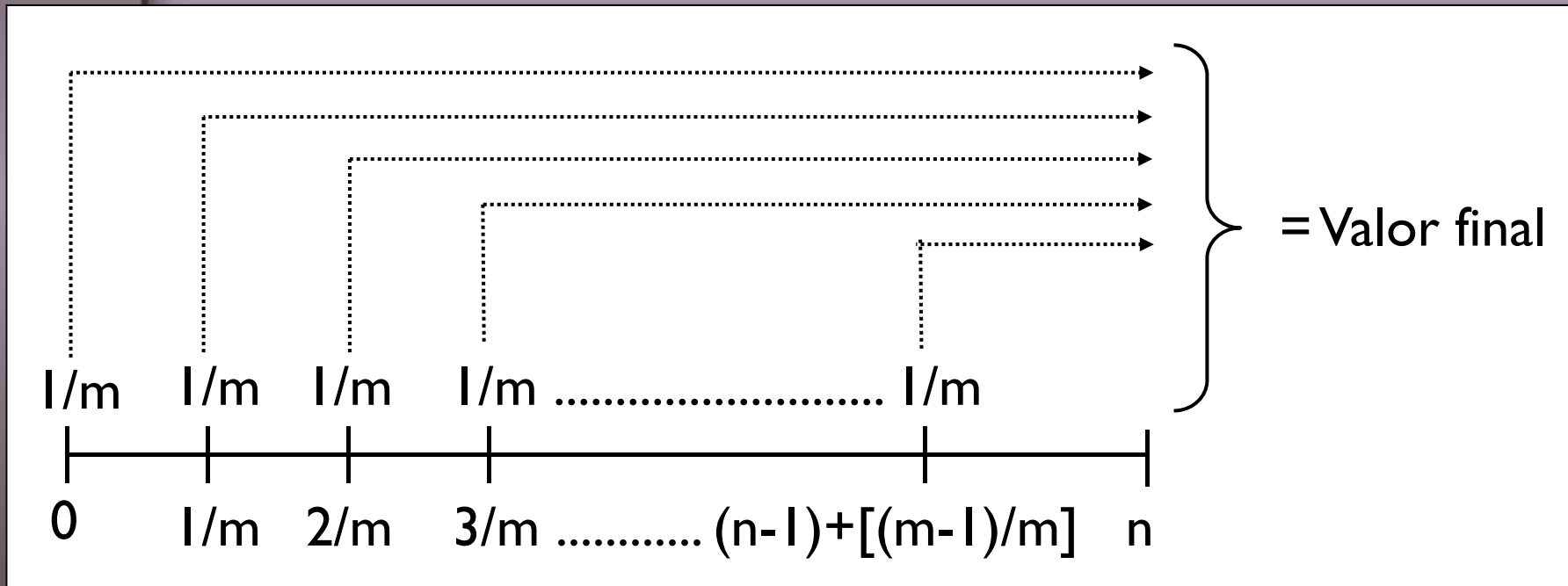


$$\text{Valor final} = a \cdot \ddot{S}_{\overline{n \cdot m}|i_m} = a \cdot S_{\overline{n \cdot m}|i_m} \cdot (1 + i_m)$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

b) Rentas temporales, inmediatas y prepagables



$$\text{Valor final} = \ddot{S}_{\overline{n}|i}^{(m)} = S_{\overline{n}|i}^{(m)} \cdot (1 + i_m)$$

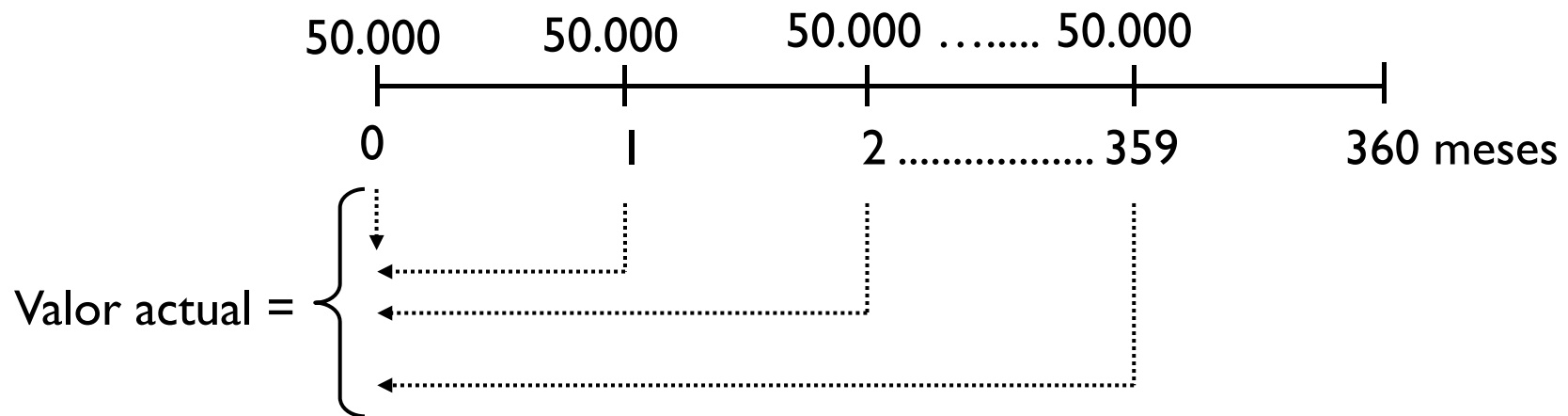
TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

b) Rentas temporales, inmediatas y prepagables

Ejemplo 19:

Calcular el valor actual de una renta mensual, constante, prepagable, con una duración de 30 años, si sus términos son de 50.000 euros y el tipo de interés el 2,5%.



TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

b) Rentas temporales, inmediatas y prepagables

Ejemplo 19:

Calcular el valor actual de una renta mensual, constante, prepagable, con una duración de 30 años, si sus términos son de 50.000 euros y el tipo de interés el 2,5%.

$$1 + i = (1 + i_{12})^{12}$$

$$i_{12} = (1 + i)^{1/12} - 1 = (1 + 0,025)^{1/12} - 1 = 0,002059836$$

$$\begin{aligned} \text{Valor actual} &= a \cdot \ddot{a}_{\overline{n \cdot m}|i_m} = 50.000 \cdot \ddot{a}_{\overline{360}|0,002059836} = \\ &= 50.000 \cdot a_{\overline{360}|0,002059836} \cdot (1 + 0,002059836) = 12.727.592,66 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

b) Rentas temporales, inmediatas y prepagables

Ejemplo 19:

Calcular el valor actual de una renta mensual, constante, prepagable, con una duración de 30 años, si sus términos son de 50.000 euros y el tipo de interés el 2,5%.

$$J_{(12)} = i_{12} \cdot 12 = 0,002059836 \cdot 12 = 0,024718035$$

$$\begin{aligned} \text{Valor actual} &= (50.000 \cdot 12) \cdot \ddot{a}_{30|0,025}^{(12)} = (50.000 \cdot 12) \cdot a_{30|0,025}^{(12)} \cdot (1 + 0,002059836) = \\ &= \frac{0,025}{0,024718035} \cdot (50.000 \cdot 12) \cdot a_{30|0,025}^{(12)} \cdot (1 + 0,002059836) = 12.727.592,70 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

b) Rentas temporales, inmediatas y prepagables

Ejemplo 20:

Calcular el valor final de una renta mensual, constante, prepagable, con una duración de 30 años, si sus términos son de 50.000 euros y el tipo de interés el 2,5%.

$$1 + i = (1 + i_{12})^{12}$$

$$i_{12} = (1 + i)^{1/12} - 1 = (1 + 0,025)^{1/12} - 1 = 0,002059836$$

$$\begin{aligned} \text{Valor final} &= a \cdot \ddot{S}_{\overline{n \cdot m}|i_m} = 50.000 \cdot \ddot{S}_{\overline{360}|0,002059836} = \\ &= 50.000 \cdot S_{\overline{360}|0,002059836} \cdot (1 + 0,002059836) = 26.696.985,64 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

b) Rentas temporales, inmediatas y prepagables

Ejemplo 20:

Calcular el valor final de una renta mensual, constante, prepagable, con una duración de 30 años, si sus términos son de 50.000 euros y el tipo de interés el 2,5%.

$$J_{(12)} = i_{12} \cdot 12 = 0,002059836 \cdot 12 = 0,024718035$$

$$\begin{aligned} \text{Valor final} &= (50.000 \cdot 12) \cdot \ddot{S}_{30|0,025}^{(12)} = (50.000 \cdot 12) \cdot S_{30|0,025}^{(12)} \cdot (1 + 0,002059836) = \\ &= \frac{0,025}{0,024718035} \cdot (50.000 \cdot 12) \cdot S_{30|0,025} \cdot (1 + 0,002059836) = 26.696.985,82 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

c) Rentas temporales, diferidas y pospagables

$$\mathbf{d / a_{\overline{n \cdot m}|i_m} = a_{\overline{n \cdot m}|i_m} \cdot (1 + i)^{-d}}$$

$$\mathbf{d / a_{\overline{n}|i}^{(m)} = a_{\overline{n}|i}^{(m)} \cdot (1 + i)^{-d}}$$

$$\mathbf{d / S_{\overline{n \cdot m}|i_m} = S_{\overline{n \cdot m}|i_m}}$$

$$\mathbf{d / S_{\overline{n}|i}^{(m)} = S_{\overline{n}|i}^{(m)}}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

d) Rentas temporales, diferidas y prepagables

$$d / \ddot{a}_{\overline{n \cdot m}|i_m} = \ddot{a}_{\overline{n \cdot m}|i_m} \cdot (1 + i_m)^{-d \cdot m} = a_{\overline{n \cdot m}|i_m} \cdot (1 + i_m) \cdot (1 + i)^{-d}$$

$$d / \ddot{a}_{\overline{n}|i}^{(m)} = \ddot{a}_{\overline{n}|i}^{(m)} \cdot (1 + i)^{-d} = a_{\overline{n}|i}^{(m)} \cdot (1 + i_m) \cdot (1 + i)^{-d}$$

$$d / \ddot{S}_{\overline{n \cdot m}|i_m} = \ddot{S}_{\overline{n \cdot m}|i_m} = S_{\overline{n \cdot n}|i_m} \cdot (1 + i_m)$$

$$d / \ddot{S}_{\overline{n}|i}^{(m)} = \ddot{S}_{\overline{n}|i}^{(m)} = S_{\overline{n}|i}^{(m)} \cdot (1 + i_m)$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

e) Rentas temporales, anticipadas y pospagables

$$p / a_{\overline{n \cdot m}|i_m} = a_{\overline{n \cdot m}|i_m}$$

$$p / a_{\overline{n}|i}^{(m)} = a_{\overline{n}|i}^{(m)}$$

$$p / S_{\overline{n \cdot m}|i_m} = S_{\overline{n \cdot m}|i_m} \cdot (1 + i)^p$$

$$p / S_{\overline{n}|i}^{(m)} = S_{\overline{n}|i}^{(m)} \cdot (1 + i)^p$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

f) Rentas temporales, anticipadas y prepagables

$$p / \ddot{a}_{\overline{n \cdot m}|i_m} = \ddot{a}_{\overline{n \cdot m}|i_m} = a_{\overline{n \cdot m}|i_m} \cdot (1 + i_m)$$

$$p / \ddot{a}_{\overline{n}|i}^{(m)} = \ddot{a}_{\overline{n}|i}^{(m)} = a_{\overline{n}|i}^{(m)} \cdot (1 + i_m)$$

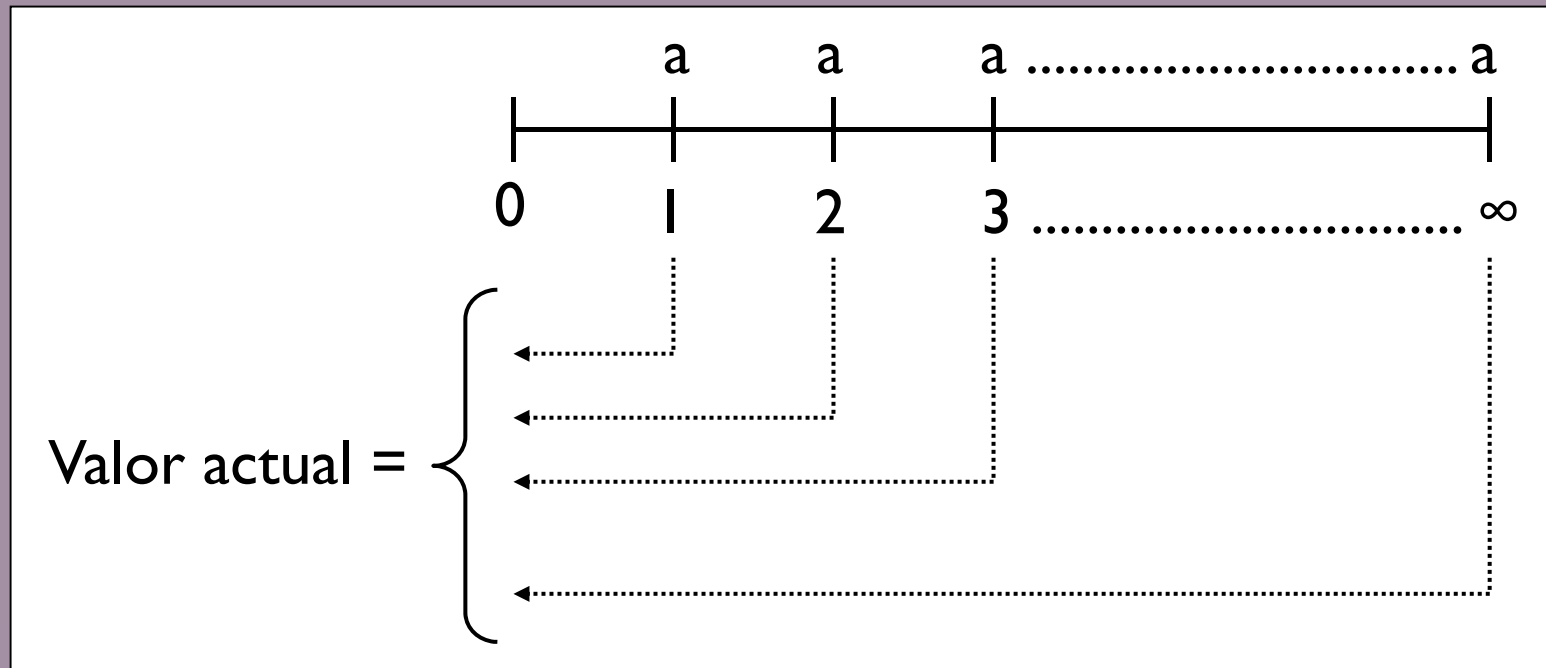
$$p / \ddot{S}_{\overline{n \cdot m}|i_m} = \ddot{S}_{\overline{n \cdot m}|i_m} \cdot (1 + i_m)^{p \cdot m} = S_{\overline{n \cdot m}|i_m} \cdot (1 + i_m) \cdot (1 + i)^p$$

$$p / \ddot{S}_{\overline{n}|i}^{(m)} = \ddot{S}_{\overline{n}|i}^{(m)} \cdot (1 + i)^p = S_{\overline{n}|i}^{(m)} \cdot (1 + i_m) \cdot (1 + i)^p$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

g) Rentas perpetuas, inmediatas y pospagables

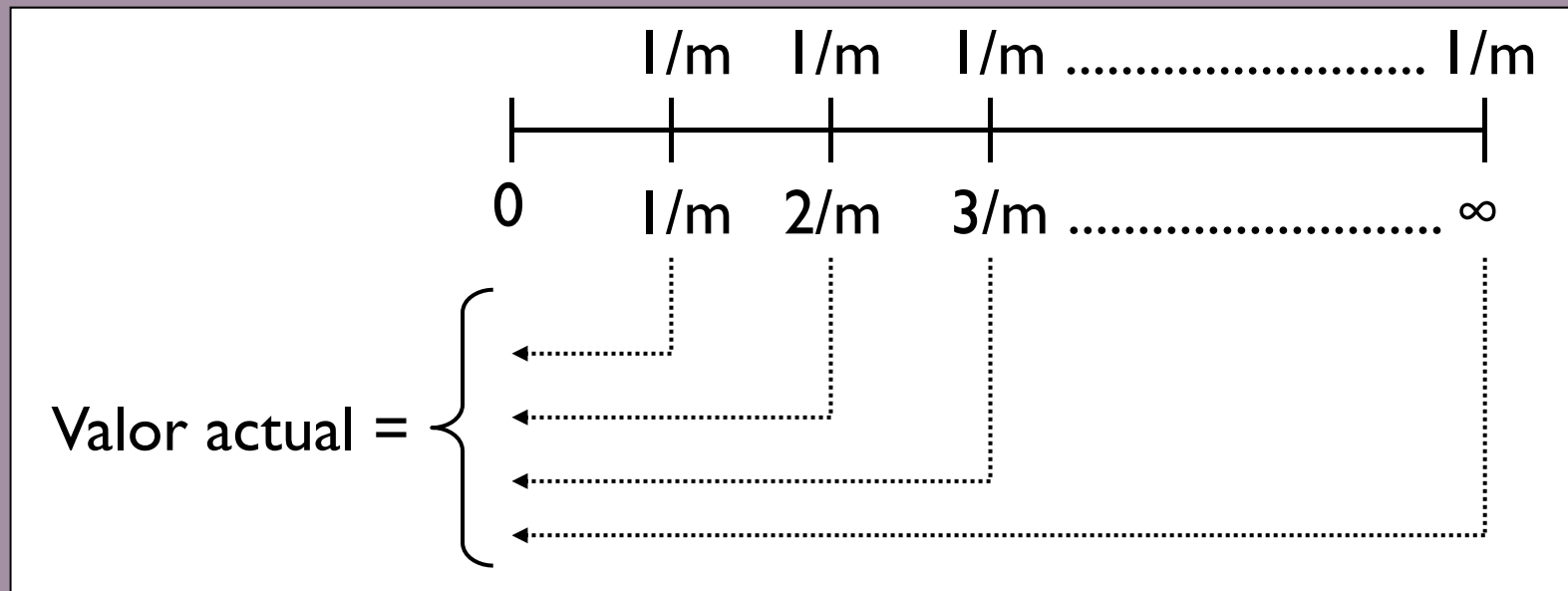


$$\text{Valor actual} = a \cdot a_{\infty | i_m} = \lim_{n \rightarrow \infty} a \cdot a_{n \cdot m | i_m} = \lim_{n \rightarrow \infty} a \cdot \frac{1 - (1 + i_m)^{-n \cdot m}}{i_m} = a \cdot \frac{1}{i_m}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

g) Rentas perpetuas, inmediatas y pospagables



$$\begin{aligned} \text{Valor actual} &= a_{\infty|i}^{(m)} = \lim_{n \rightarrow \infty} a_{n|i}^{(m)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{i}{J_{(m)}} \cdot \left(\frac{1}{m} \cdot m \right) \cdot a_{n|i} = \\ &= \frac{i}{J_{(m)}} \cdot \left(\frac{1}{m} \cdot m \right) \cdot \frac{1}{i} = \frac{1}{J_{(m)}} \cdot \left(\frac{1}{m} \cdot m \right) \end{aligned}$$

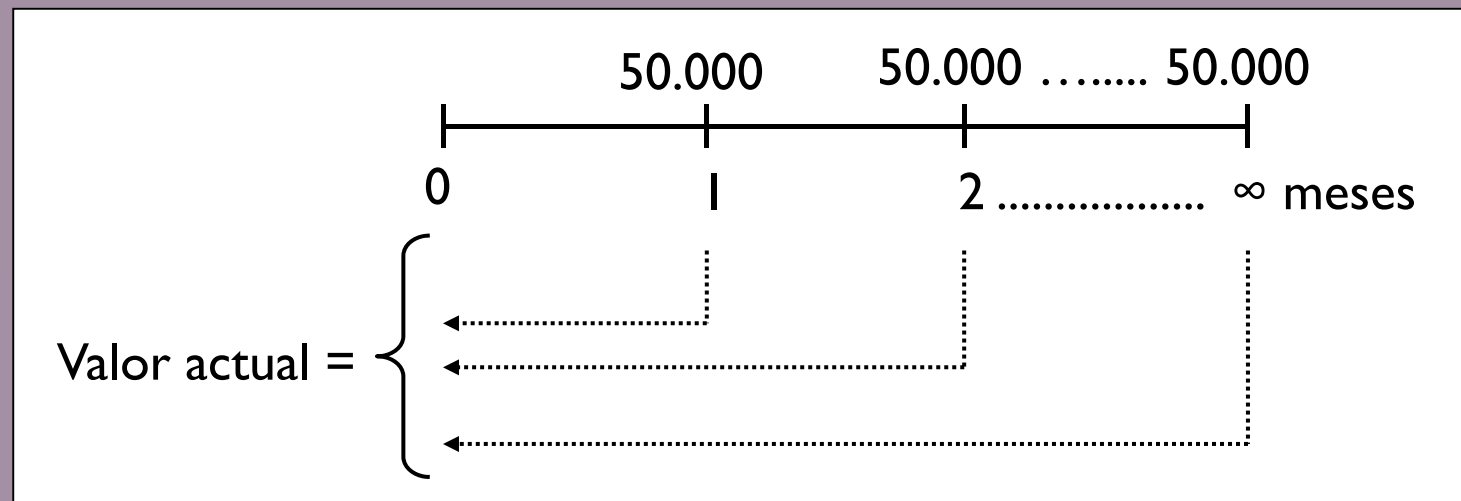
TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

g) Rentas perpetuas, inmediatas y pospagables

Ejemplo 21:

Calcular el valor actual de una renta mensual, constante y perpetua, si sus términos son de 50.000 euros y el tipo de interés el 2,5%.



TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

g) Rentas perpetuas, inmediatas y pospagables

Ejemplo 21:

Calcular el valor actual de una renta mensual, constante y perpetua, si sus términos son de 50.000 euros y el tipo de interés el 2,5%.

$$1 + i = (1 + i_{12})^{12}$$

$$i_{12} = (1 + i)^{1/12} - 1 = (1 + 0,025)^{1/12} - 1 = 0,002059836$$

$$\begin{aligned} \text{Valor actual} &= a \cdot a_{\infty|0,002059836} = 50.000 \cdot \frac{1}{0,002059836} = \\ &= 24.273.774,07 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

g) Rentas perpetuas, inmediatas y pospagables

Ejemplo 21:

Calcular el valor actual de una renta mensual, constante y perpetua, si sus términos son de 50.000 euros y el tipo de interés el 2,5%.

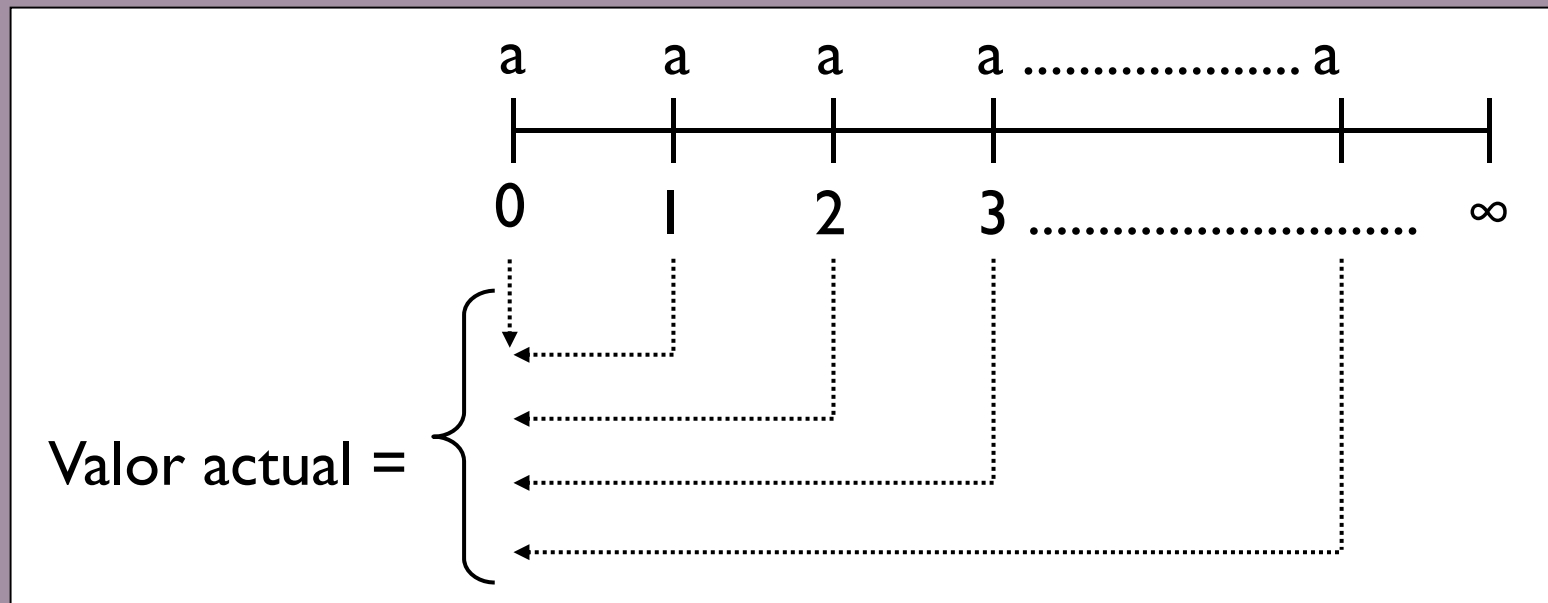
$$J_{(12)} = i_{12} \cdot 12 = 0,002059836 \cdot 12 = 0,024718035$$

$$\begin{aligned} \text{Valor actual} &= (50.000 \cdot 12) \cdot a_{\infty|0,025}^{(12)} = (50.000 \cdot 12) \cdot \frac{1}{J_{(12)}} = \\ &= (50.000 \cdot 12) \cdot \frac{1}{0,024718035} = 24.273.774,07 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

h) Rentas perpetuas, inmediatas y prepagables

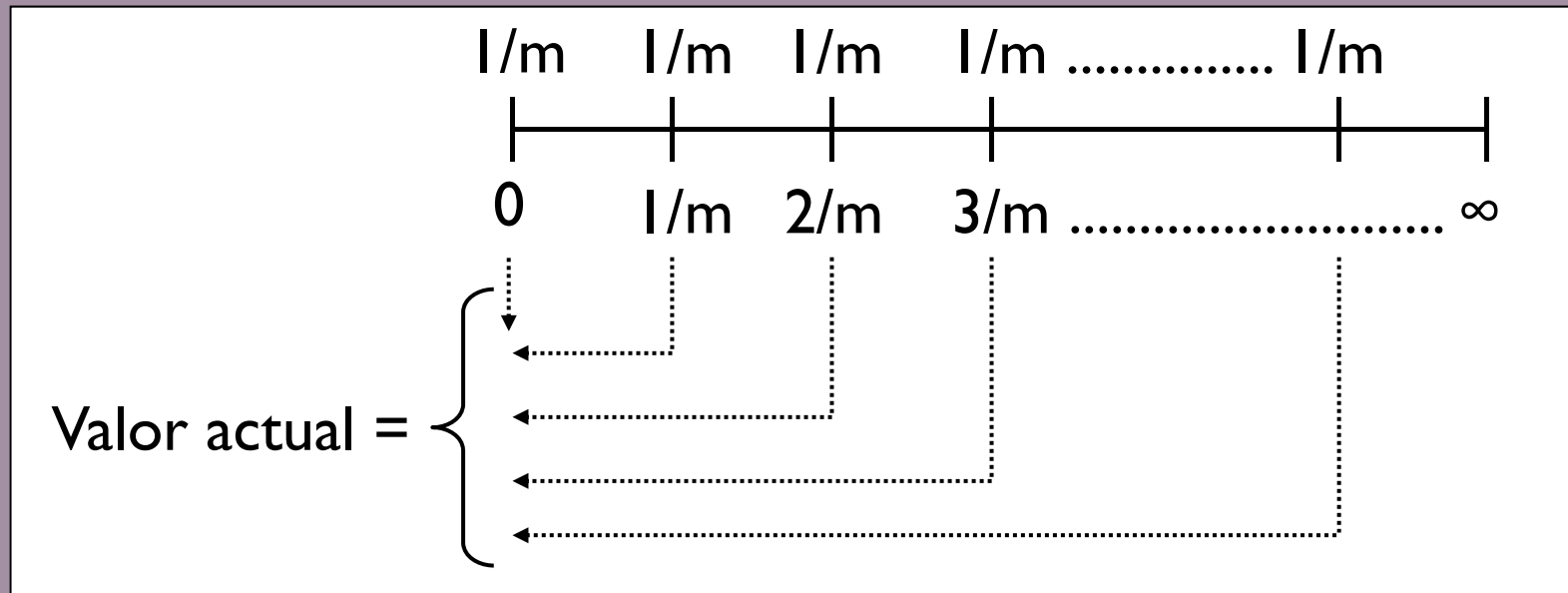


$$\begin{aligned} \text{Valor actual} &= a \cdot \ddot{a}_{\infty|i_m} = \lim_{n \rightarrow \infty} a \cdot \ddot{a}_{n|m|i_m} = \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} a \cdot \frac{1 - (1 + i_m)^{-n \cdot m}}{i_m} \cdot (1 + i_m) = a \cdot \frac{1}{i_m} \cdot (1 + i_m) = a \cdot \ddot{a}_{\infty|i_m} \cdot (1 + i_m) \end{aligned}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

h) Rentas perpetuas, inmediatas y prepagables



$$\begin{aligned} \text{Valor actual} &= \ddot{a}_{\infty|i}^{(m)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \ddot{a}_{n|i}^{(m)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{i}{J_{(m)}} \cdot \left(\frac{1}{m} \cdot m \right) \cdot a_{n|i} \cdot (1 + i_m) = \\ &= \frac{i}{J_{(m)}} \cdot \left(\frac{1}{m} \cdot m \right) \cdot \frac{1}{i} \cdot (1 + i_m) = \frac{1}{J_{(m)}} \cdot \left(\frac{1}{m} \cdot m \right) \cdot (1 + i_m) = a_{n|i}^{(m)} \cdot (1 + i_m) \end{aligned}$$

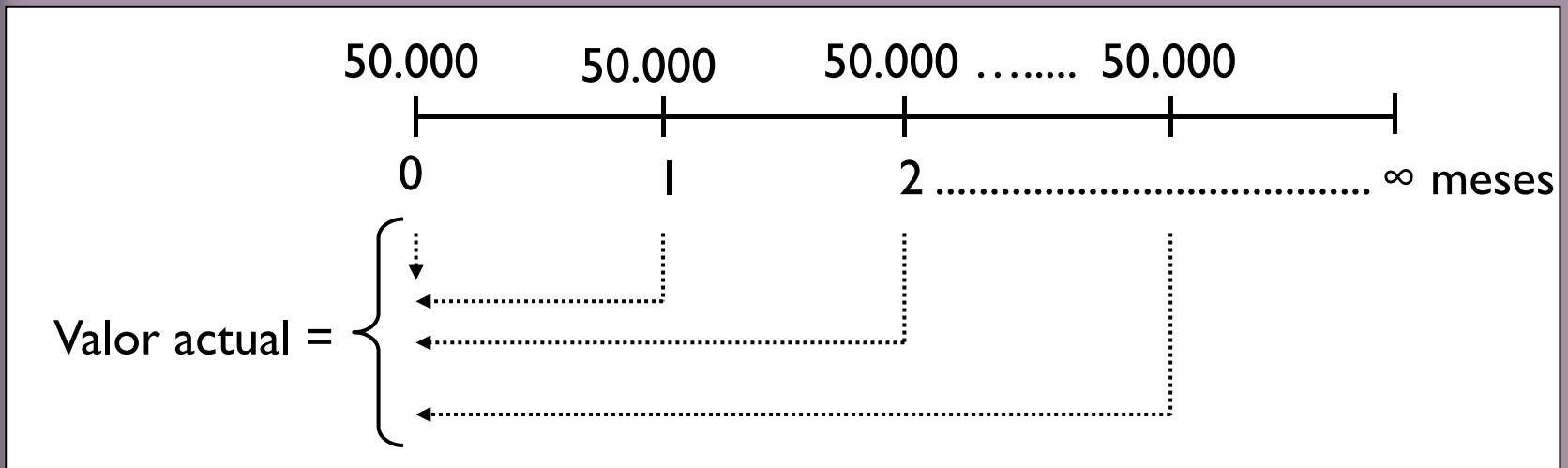
TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

h) Rentas perpetuas, inmediatas y prepagables

Ejemplo 22:

Calcular el valor actual de una renta mensual, constante, perpetua y prepagable, si sus términos son de 50.000 euros y el tipo de interés el 2,5%.



TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

h) Rentas perpetuas, inmediatas y prepagables

Ejemplo 22:

Calcular el valor actual de una renta mensual, constante, perpetua y prepagable, si sus términos son de 50.000 euros y el tipo de interés el 2,5%.

$$1 + i = (1 + i_{12})^{12}$$

$$i_{12} = (1 + i)^{1/12} - 1 = (1 + 0,025)^{1/12} - 1 = 0,002059836$$

$$\text{Valor actual} = a \cdot \ddot{a}_{\infty|0,002059836} = a \cdot \ddot{a}_{\infty|0,002059836} =$$

$$= 50.000 \cdot \frac{1}{0,002059836} \cdot (1 + 0,002059836) = 24.323.774,07 \text{ €}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

h) Rentas perpetuas, inmediatas y prepagables

Ejemplo 22:

Calcular el valor actual de una renta mensual, constante, perpetua y prepagable, si sus términos son de 50.000 euros y el tipo de interés el 2,5%.

$$\mathbf{J_{(12)} = i_{12} \cdot 12 = 0,002059836 \cdot 12 = 0,024718035}$$

$$\begin{aligned} \text{Valor actual} &= (50.000 \cdot 12) \cdot \ddot{a}_{\infty|0,025}^{(12)} = (50.000 \cdot 12) \cdot a_{\infty|0,025}^{(12)} \cdot (1 + 0,002059836) = \\ &= (50.000 \cdot 12) \cdot \frac{1}{J_{(12)}} \cdot (1 + 0,002059836) = \\ &= (50.000 \cdot 12) \cdot \frac{1}{0,024718035} \cdot (1 + 0,002059836) = 24.323.774,07 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

i) Rentas perpetuas, diferidas y pospagables

$$d / a_{\infty|i_m} = a_{\infty|i_m} \cdot (1+i)^{-d} = \frac{1}{i_m} \cdot (1+i)^{-d}$$

$$d / a_{\infty|i}^{(m)} = a_{\infty|i}^{(m)} \cdot (1+i)^{-d} = \frac{1}{J_{(m)}} \cdot \left(\frac{1}{m} \cdot m \right) \cdot (1+i)^{-d}$$

TEMA 5: RENTAS CONSTANTES

5.3. Rentas fraccionadas.

j) Rentas perpetuas, diferidas y prepagables

$$\begin{aligned} d / \ddot{a}_{\infty|i_m} &= \ddot{a}_{\infty|i_m} \cdot (1 + i_m)^{-d \cdot m} = a_{\infty|i_m} \cdot (1 + i_m) \cdot (1 + i)^{-d} = \\ &= \frac{1}{i_m} \cdot (1 + i_m) \cdot (1 + i)^{-d} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d / \ddot{a}_{\infty|i}^{(m)} &= \ddot{a}_{\infty|i}^{(m)} \cdot (1 + i)^{-d} = a_{\infty|i}^{(m)} \cdot (1 + i_m) \cdot (1 + i)^{-d} = \\ &= \frac{1}{J_{(m)}} \cdot \left(\frac{1}{m} \cdot m \right) \cdot (1 + i_m) \cdot (1 + i)^{-d} \end{aligned}$$