

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

6.1.1. Rentas temporales.

6.1.1.1. Rentas inmediatas.

6.1.1.2. Rentas diferidas.

6.1.1.3. Rentas anticipadas.

6.1.1.4. Rentas fraccionadas.

6.1.2. Rentas perpetuas.

6.1.2.1. Rentas inmediatas.

6.1.2.2. Rentas diferidas.

6.1.2.3. Rentas fraccionadas.

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

6.2.1. Rentas temporales.

6.2.1.1. Rentas inmediatas.

6.2.1.2. Rentas diferidas.

6.2.1.3. Rentas anticipadas.

6.2.1.4. Rentas fraccionadas.

6.2.2. Rentas perpetuas.

6.2.2.1. Rentas inmediatas.

6.2.2.2. Rentas diferidas.

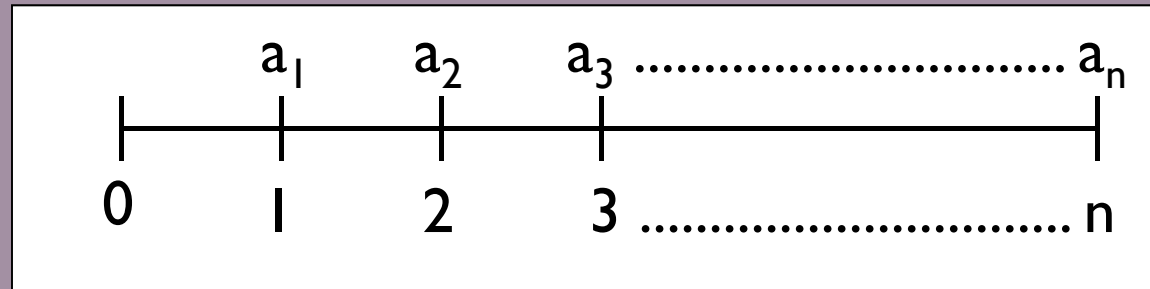
6.2.2.3. Rentas fraccionadas.

6.3. Rentas variables en general.

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables



$$a_1$$

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_2 + d = a_1 + 2 \cdot d$$

....

$$a_k = a_{k-1} + d = a_1 + (k - 1) \cdot d$$

....

$$a_n = a_{n-1} + d = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

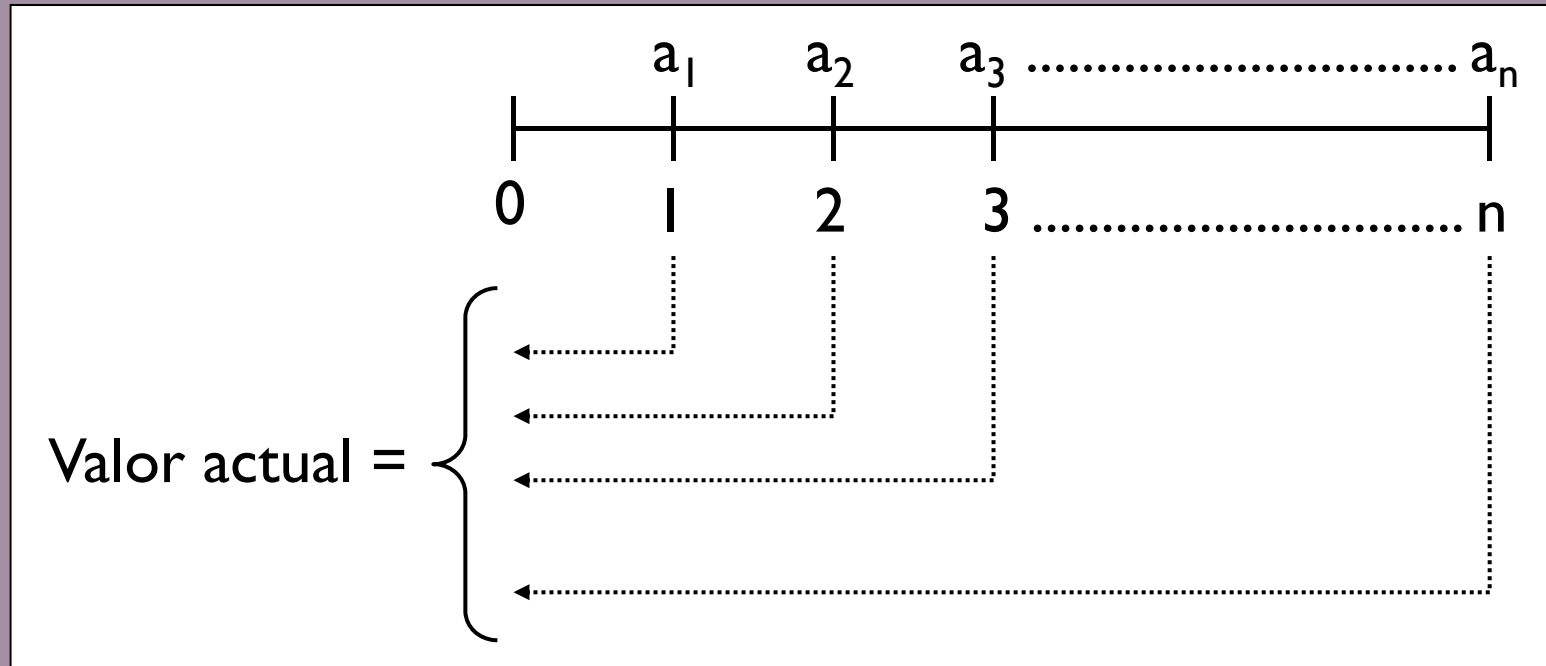
$d > 0 \Rightarrow$ Progresión aritmética creciente

$d < 0 \Rightarrow$ Progresión aritmética decreciente

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

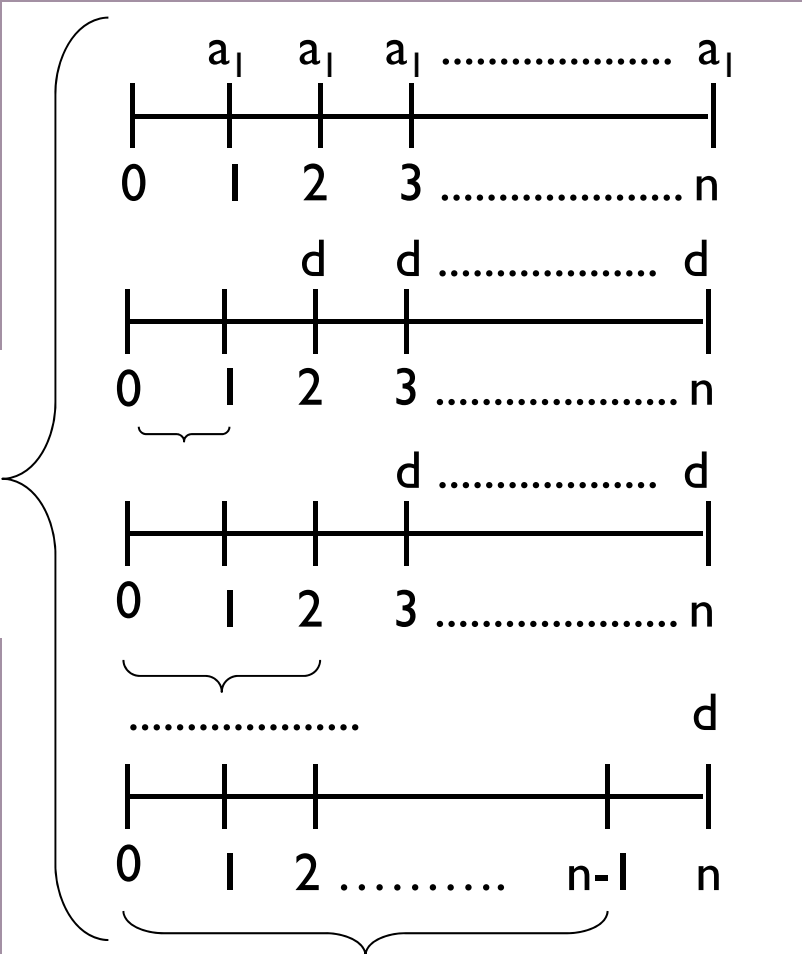
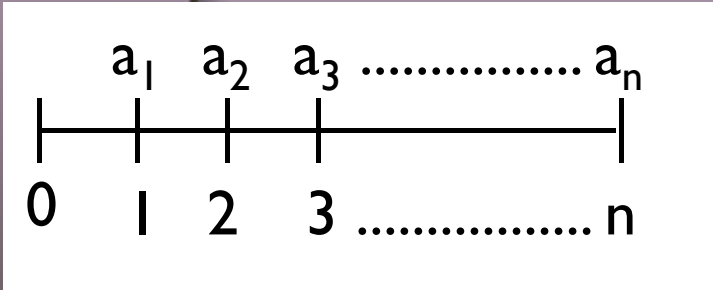
a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables



$$a_1 \cdot a_{n|i}$$

$$1/d \cdot a_{n-1|i}$$

$$2/d \cdot a_{n-2|i}$$

.....

$$n-1/d \cdot a_{1|i}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables

$$\begin{aligned} A_{(a_1, d) \overline{n}|i} &= \frac{a_1}{1+i} + \frac{a_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{a_n}{(1+i)^n} = \\ &= a_1 \cdot a_{\overline{n}|i} + 1/d \cdot a_{\overline{n-1}|i} + 2/d \cdot a_{\overline{n-2}|i} + \dots + (n-1)/d \cdot a_{\overline{1}|i} = \\ &= a_1 \cdot a_{\overline{n}|i} + d \cdot \left[a_{\overline{n-1}|i} \cdot (1+i)^{-1} + a_{\overline{n-2}|i} \cdot (1+i)^{-2} + \dots + a_{\overline{1}|i} \cdot (1+i)^{-(n-1)} \right] = \\ &= a_1 \cdot a_{\overline{n}|i} + d \cdot \left[\frac{1 - (1+i)^{-(n-1)}}{i} \cdot (1+i)^{-1} + \frac{1 - (1+i)^{-(n-2)}}{i} \cdot (1+i)^{-2} + \dots + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1 - (1+i)^{-1}}{i} \cdot (1+i)^{-(n-1)} \right] = a_1 \cdot a_{\overline{n}|i} + \frac{d}{i} \cdot \left[(1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + \dots + \right. \\ &\quad \left. + (1+i)^{-(n-1)} - (n-1) \cdot (1+i)^{-n} \right] = a_1 \cdot a_{\overline{n}|i} + \frac{d}{i} \cdot \left[(1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + \dots + \right. \\ &\quad \left. + (1+i)^{-(n-1)} + (1+i)^{-n} - n \cdot (1+i)^{-n} \right] = a_1 \cdot a_{\overline{n}|i} + \frac{d}{i} \cdot \left[a_{\overline{n}|i} - n \cdot (1+i)^{-n} \right] \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables

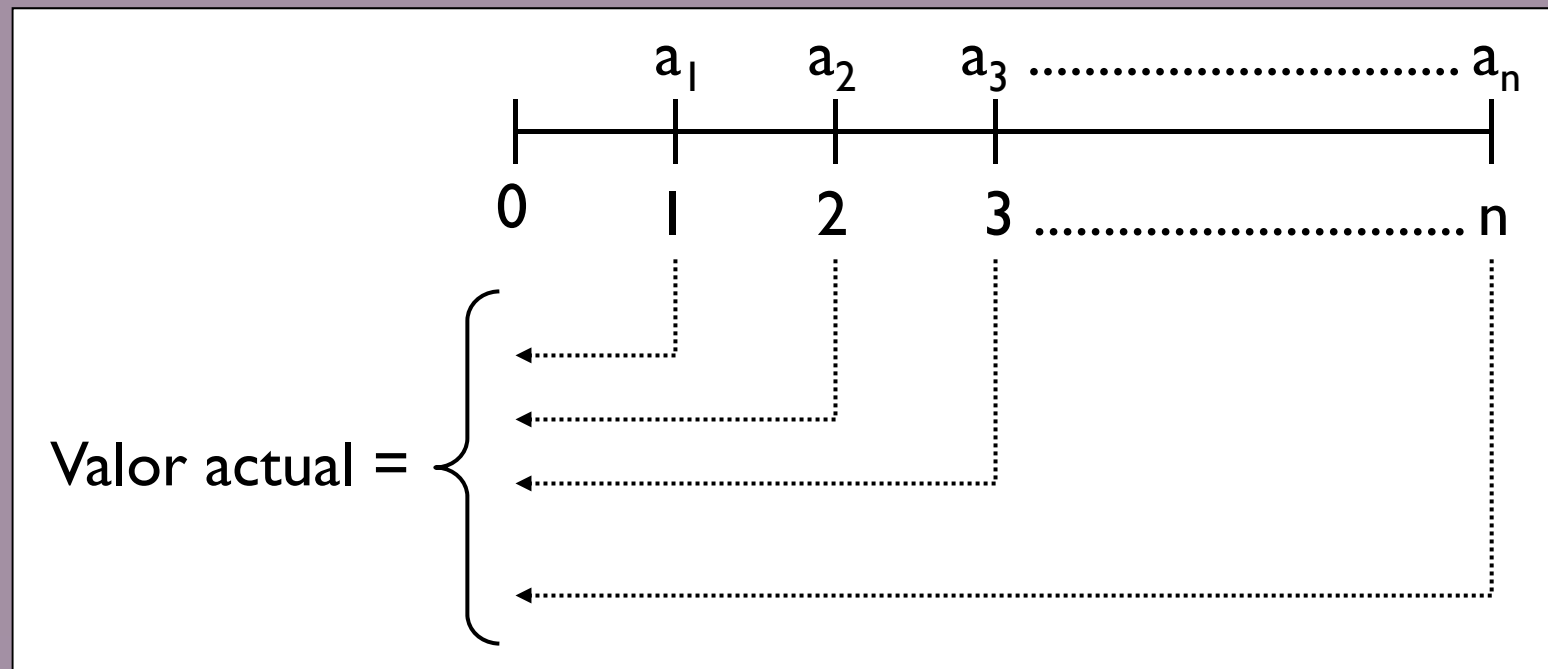
$$\mathbf{A}_{(a_1, d) \overline{n}|i} = \left[a_1 + \frac{d}{i} \right] \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{d \cdot n \cdot (1+i)^{-n}}{i}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{(a_1, d) \overline{n}|i} &= \left[a_1 + \frac{d}{i} \right] \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{d \cdot n \cdot (1+i)^{-n}}{i} + \frac{d \cdot n}{i} - \frac{d \cdot n}{i} = \\ &= \left[a_1 + \frac{d}{i} \right] \cdot a_{\overline{n}|i} + (d \cdot n) \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} - \frac{d \cdot n}{i} = \\ &= \left[a_1 + \frac{d}{i} \right] \cdot a_{\overline{n}|i} + d \cdot n \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{d \cdot n}{i} = \left[a_1 + \frac{d}{i} + d \cdot n \right] \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{d \cdot n}{i} \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables

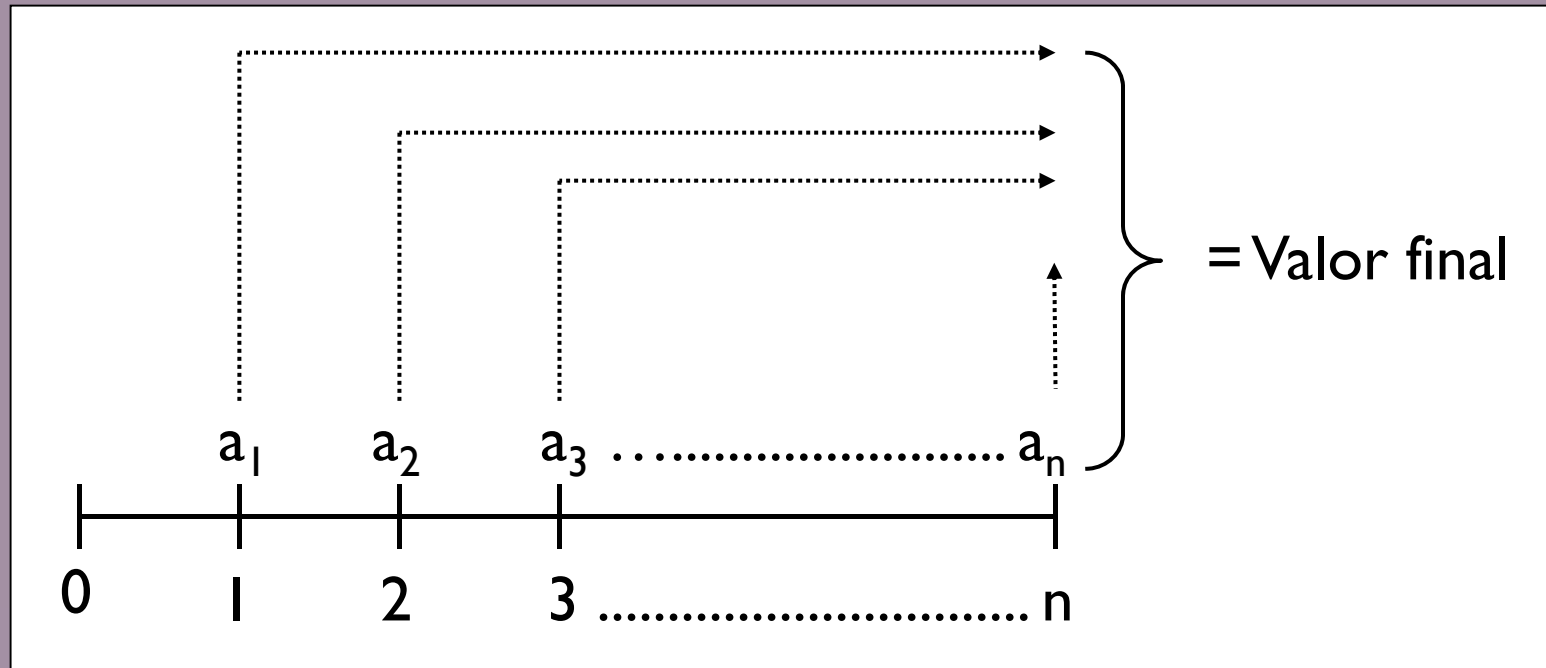


$$A_{(a_1, d) \overline{n}|i} = \left[a_1 + \frac{d}{i} + d \cdot n \right] \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{d \cdot n}{i}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables



$$S_{(a_1, d)_{\overline{n}|i}} = A_{(a_1, d)_{\overline{n}|i}} \cdot (1+i)^n = \left[\left(a_1 + \frac{d}{i} + d \cdot n \right) \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{d \cdot n}{i} \right] \cdot (1+i)^n$$

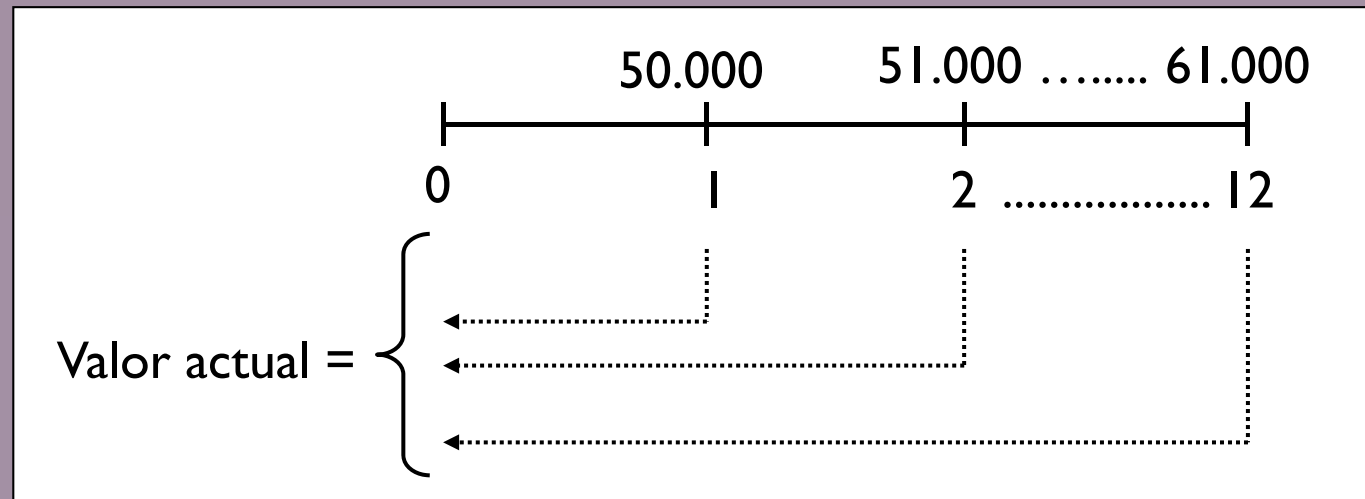
TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables

Ejemplo 1:

Calcular el valor actual de una renta anual, con una duración de 12 años, si su primer término es 50.000 euros y se incrementa cada año 1.000 euros y el tipo de interés es el 1,5%.



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables

Ejemplo I:

Calcular el valor actual de una renta anual, con una duración de 12 años, si su primer término es 50.000 euros y se incrementa cada año 1.000 euros y el tipo de interés es el 1,5%.

$$\begin{aligned} A_{(a_1, d) \overline{n}|i} &= \left[a_1 + \frac{d}{i} + d \cdot n \right] \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{d \cdot n}{i} = A_{(50.000, 1.000) \overline{12}|0,015} = \\ &= \left[50.000 + \frac{1.000}{0,015} + 1.000 \cdot 12 \right] \cdot a_{\overline{12}|0,015} - \frac{1.000 \cdot 12}{0,015} = \\ &= 603.432,34 \text{ €} \end{aligned}$$

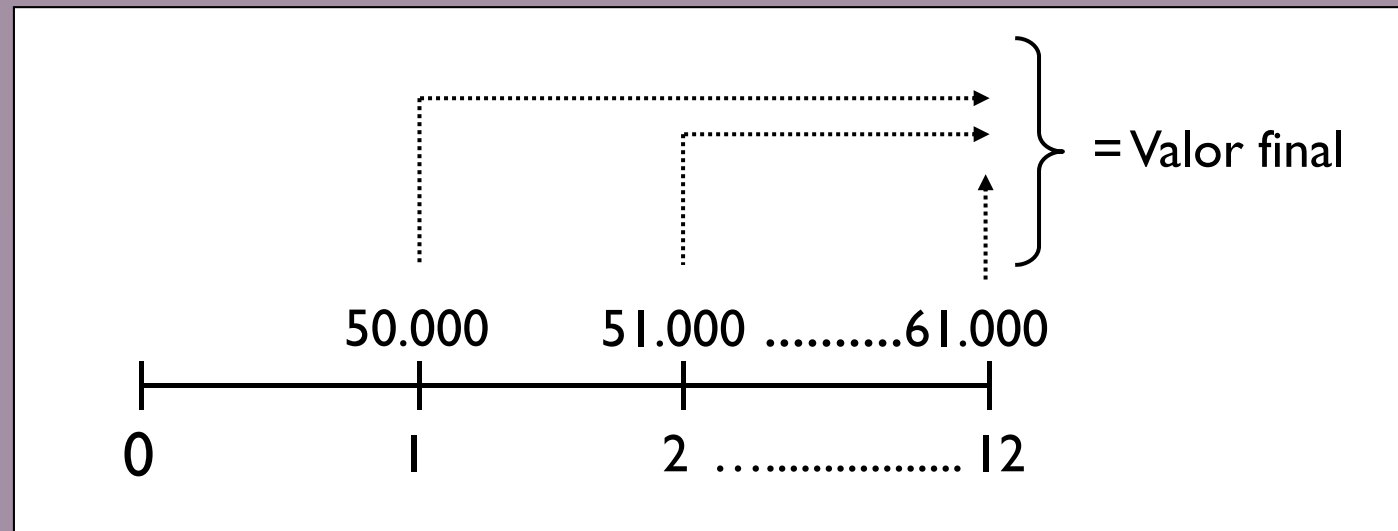
TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables

Ejemplo 2:

Calcular el valor final de una renta anual, con una duración de 12 años, si su primer término es 50.000 euros y se incrementa cada año 1.000 euros y el tipo de interés es el 1,5%.



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables

Ejemplo 2:

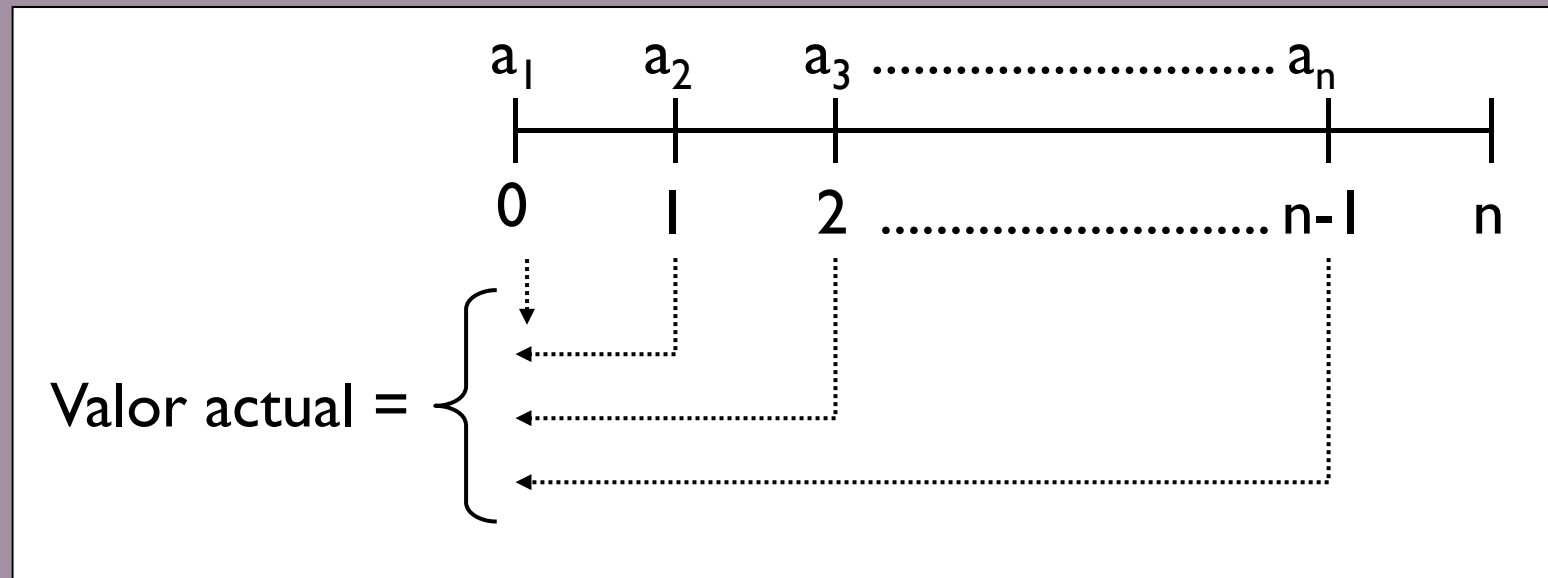
Calcular el valor final de una renta anual, con una duración de 12 años, si su primer término es 50.000 euros y se incrementa cada año 1.000 euros y el tipo de interés es el 1,5%.

$$\begin{aligned} S_{(a_1, d) \overline{n}|i} &= \left[\left(a_1 + \frac{d}{i} + d \cdot n \right) \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{d \cdot n}{i} \right] \cdot (1+i)^n = S_{(50.000, 1.000) \overline{12}|0,015} = \\ &= \left[\left(50.000 + \frac{1.000}{0,015} + 1.000 \cdot 12 \right) \cdot a_{\overline{12}|0,015} - \frac{1.000 \cdot 12}{0,015} \right] \cdot (1 + 0,015)^{12} = \\ &= 721.474,67 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

b) Rentas temporales, inmediatas y prepagables

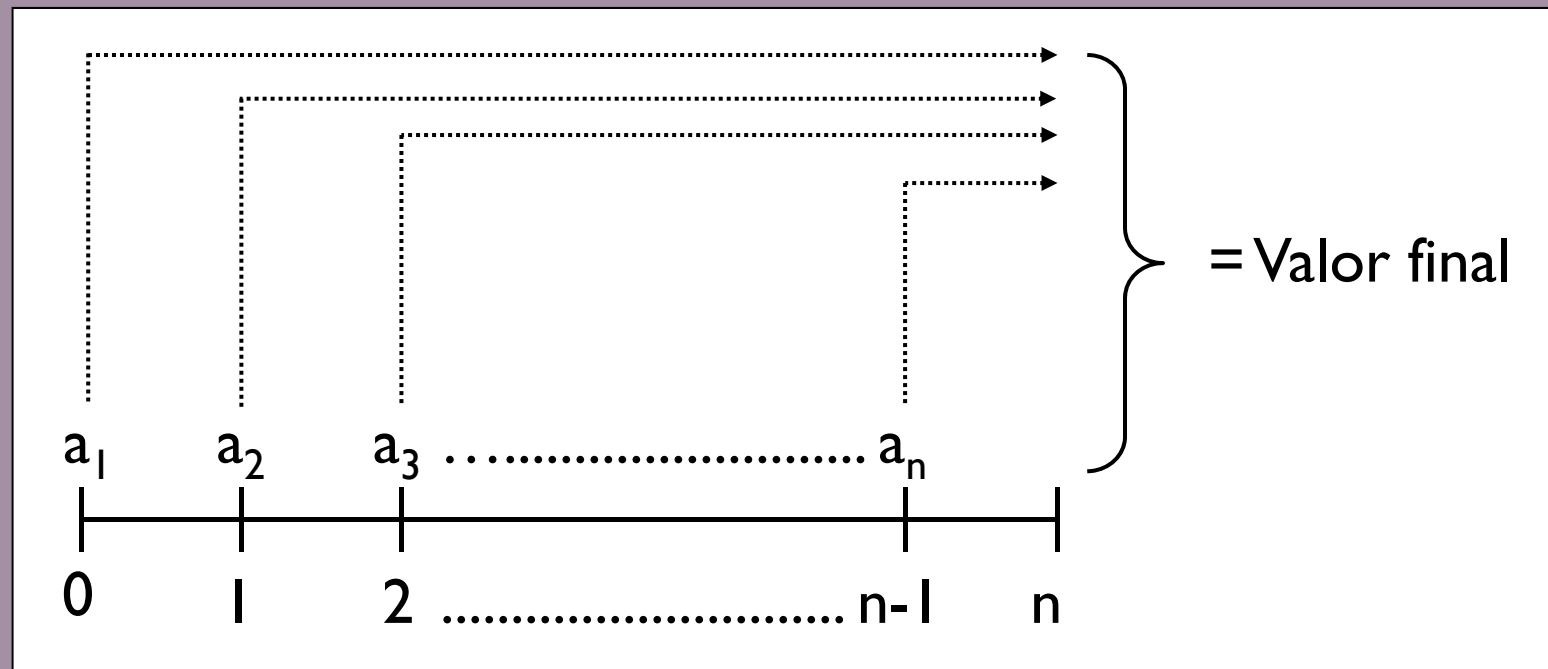


$$\ddot{A}_{(a_1, d)_{\overline{n}|i}} = A_{(a_1, d)_{\overline{n}|i}} \cdot (1 + i) = \left[\left(a_1 + \frac{d}{i} + d \cdot n \right) \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{d \cdot n}{i} \right] \cdot (1 + i)$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

b) Rentas temporales, inmediatas y prepagables



$$\ddot{S}_{(a_1, d)_{\overline{n}|i}} = S_{(a_1, d)_{\overline{n}|i}} \cdot (1+i) = \left[\left(a_1 + \frac{d}{i} + d \cdot n \right) \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{d \cdot n}{i} \right] \cdot (1+i)^{n+1}$$

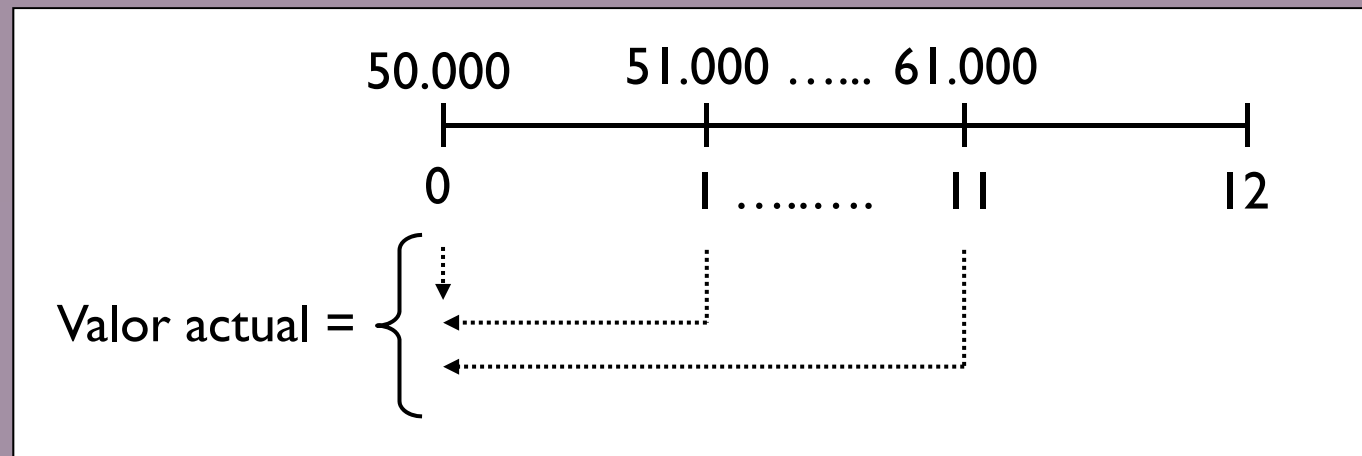
TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

b) Rentas temporales, inmediatas y prepagables

Ejemplo 3:

Calcular el valor actual de una renta anual, prepagable, con una duración de 12 años, si su primer término es 50.000 euros y se incrementa cada año 1.000 euros y el tipo de interés es el 1,5%.



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

b) Rentas temporales, inmediatas y prepagables

Ejemplo 3:

Calcular el valor actual de una renta anual, prepagable, con una duración de 12 años, si su primer término es 50.000 euros y se incrementa cada año 1.000 euros y el tipo de interés es el 1,5%.

$$\begin{aligned}\ddot{A}_{(a_1, d) \overline{n}|i} &= \left[\left(a_1 + \frac{d}{i} + d \cdot n \right) \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{d \cdot n}{i} \right] \cdot (1 + i) = \ddot{A}_{(50.000, 1.000) \overline{12}|0,015} = \\ &= \left[\left(50.000 + \frac{1.000}{0,015} + 1.000 \cdot 12 \right) \cdot a_{\overline{12}|0,015} - \frac{1.000 \cdot 12}{0,015} \right] \cdot (1 + 0,015) = \\ &= 612.483,82 \text{ €}\end{aligned}$$

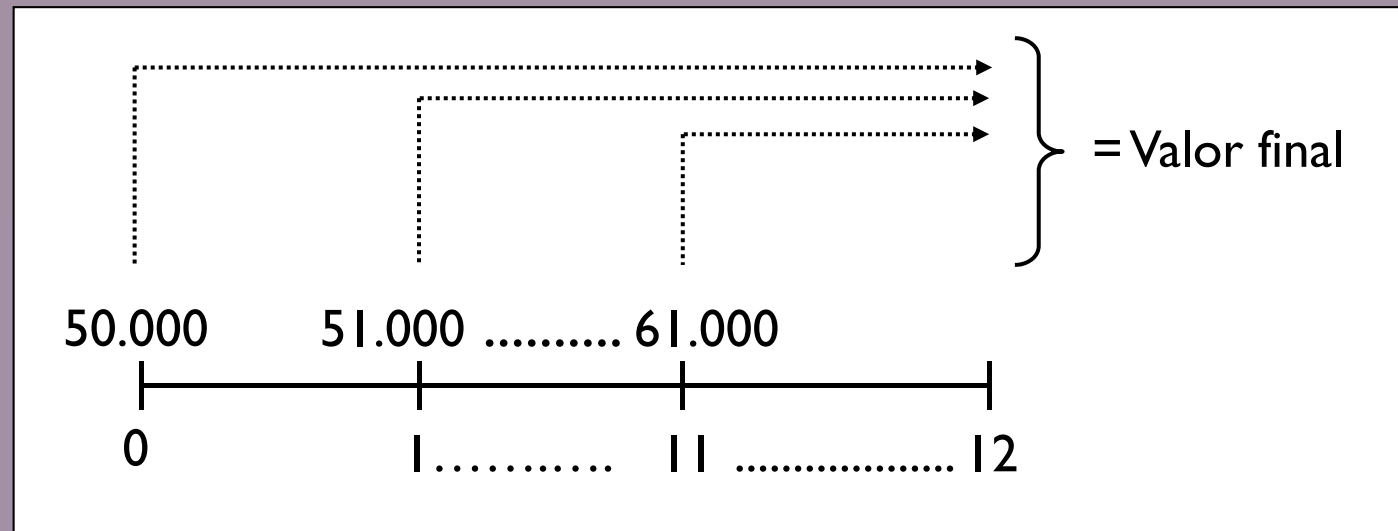
TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

b) Rentas temporales, inmediatas y prepagables

Ejemplo 4:

Calcular el valor final de una renta anual, prepagable, con una duración de 12 años, si su primer término es 50.000 euros y se incrementa cada año 1.000 euros y el tipo de interés es el 1,5%.



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

b) Rentas temporales, inmediatas y prepagables

Ejemplo 4:

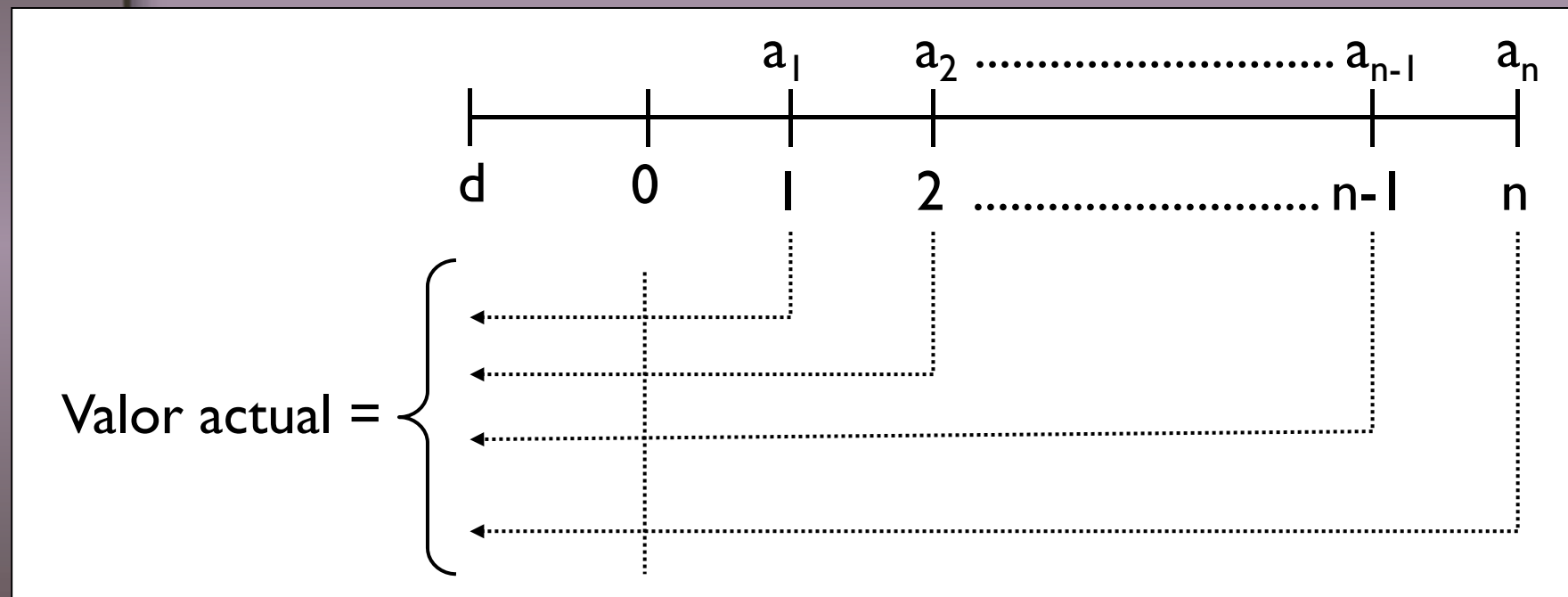
Calcular el valor final de una renta anual, prepagable, con una duración de 12 años, si su primer término es 50.000 euros y se incrementa cada año 1.000 euros y el tipo de interés es el 1,5%.

$$\begin{aligned}\ddot{S}_{(a_1, d) \overline{n}|i} &= \left[\left(a_1 + \frac{d}{i} + d \cdot n \right) \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{d \cdot n}{i} \right] \cdot (1+i)^{n+1} = \ddot{S}_{(50.000, 1.000) \overline{12}|0,015} = \\ &= \left[\left(50.000 + \frac{1.000}{0,015} + 1.000 \cdot 12 \right) \cdot a_{\overline{12}|0,015} - \frac{1.000 \cdot 12}{0,015} \right] \cdot (1 + 0,015)^{13} = \\ &= 732.296,79 \text{ €}\end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

c) Rentas temporales, diferidas y pospagables

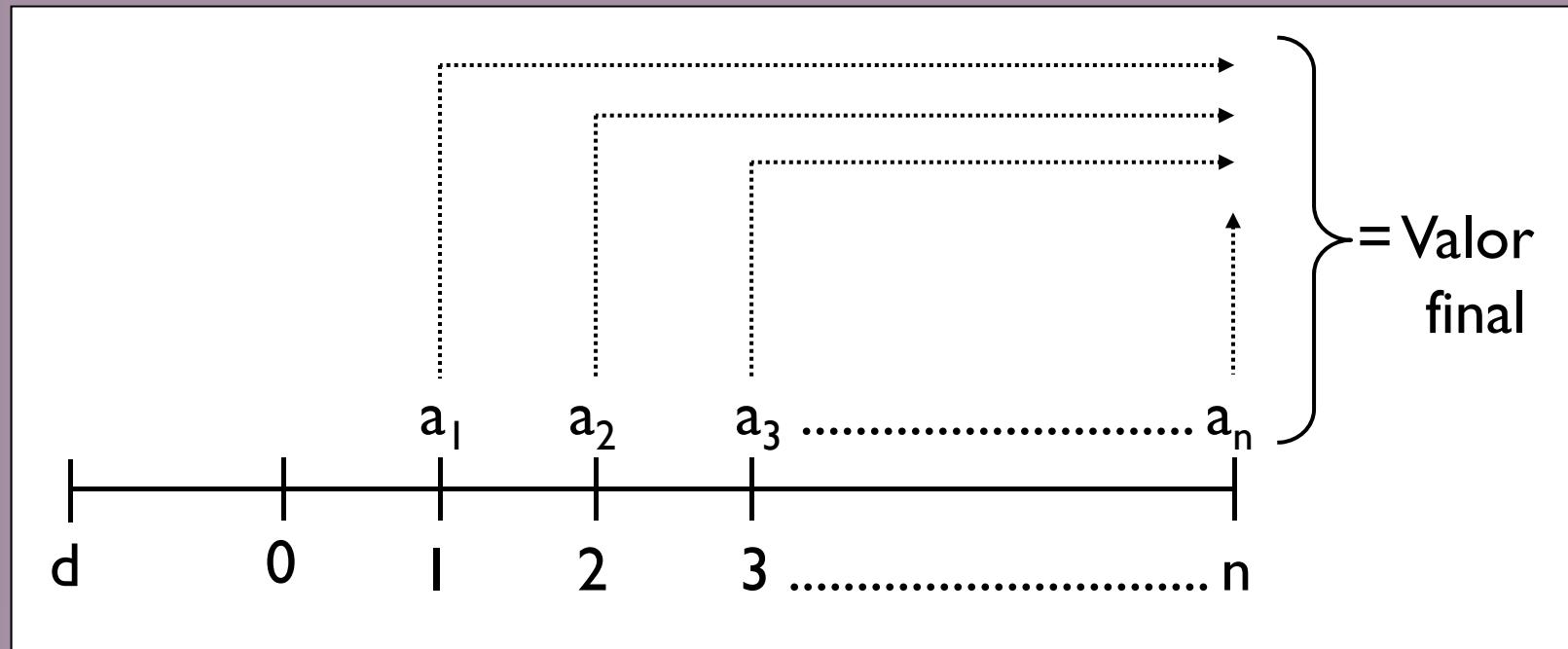


$$\mathbf{d / A_{(a_1, d) \overline{n}|i} = \left[\left(a_1 + \frac{d}{i} + d \cdot n \right) \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{d \cdot n}{i} \right] \cdot (1 + i)^{-d}}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

c) Rentas temporales, diferidas y pospagables



$$d / S_{(a_1, d) \overline{n}|i} = S_{(a_1, d) \overline{n}|i} = \left[\left(a_1 + \frac{d}{i} + d \cdot n \right) \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{d \cdot n}{i} \right] \cdot (1+i)^n$$

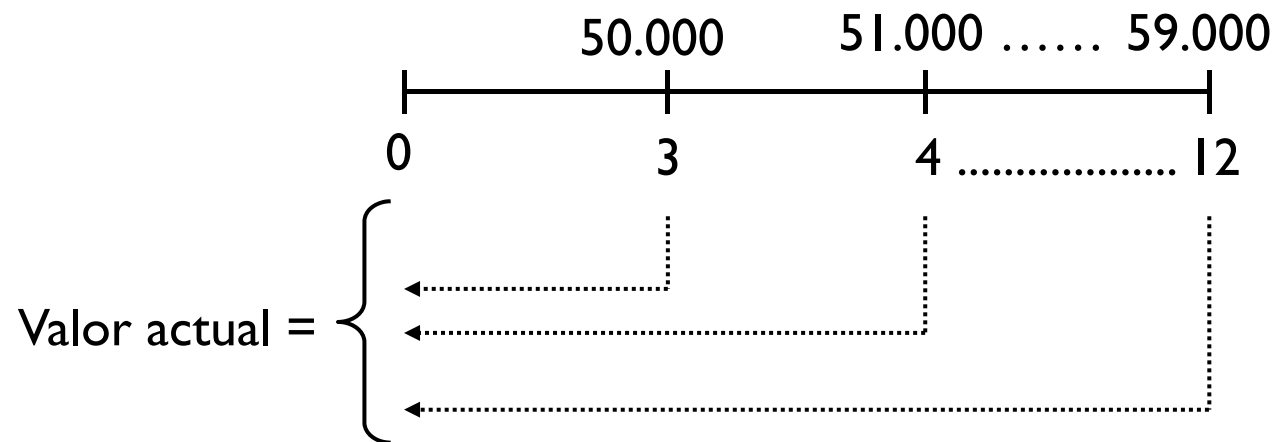
TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

c) Rentas temporales, diferidas y pospagables

Ejemplo 5:

Calcular el valor actual de una renta anual, si su primer término comienza a ser efectivo a los tres años y su cuantía es de 50.000 euros, se incrementa cada año 1.000 euros, su duración es de 12 años y el tipo de interés el 1,5%.



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

c) Rentas temporales, diferidas y pospagables

Ejemplo 5:

Calcular el valor actual de una renta anual, si su primer término comienza a ser efectivo a los tres años y su cuantía es de 50.000 euros, se incrementa cada año 1.000 euros, su duración es de 12 años y el tipo de interés el 1,5%.

$$\begin{aligned} d / A_{(a_1, d) \overline{n} | i} &= A_{(a_1, d) \overline{n} | i} \cdot (1 + i)^{-d} = 2 / A_{(50.000, 1.000) \overline{10} | 0,015} = \\ &= \left[\left(50.000 + \frac{1.000}{0,015} + 1.000 \cdot 10 \right) \cdot a_{\overline{10} | 0,015} - \frac{1.000 \cdot 10}{0,015} \right] \cdot (1 + 0,015)^{-2} = \\ &= 486.764,26 \text{ €} \end{aligned}$$

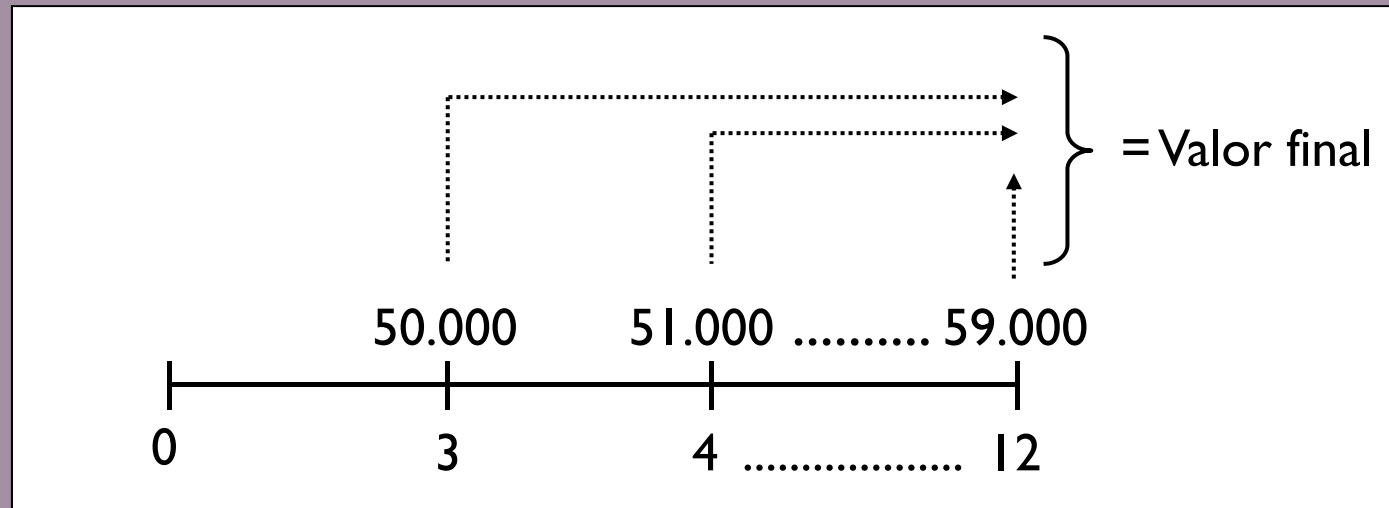
TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

c) Rentas temporales, diferidas y pospagables

Ejemplo 6:

Calcular el valor final de una renta anual, si su primer término comienza a ser efectivo a los tres años y su cuantía es de 50.000 euros, se incrementa cada año 1.000 euros, su duración es de 12 años y el tipo de interés el 1,5%.



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

c) Rentas temporales, diferidas y pospagables

Ejemplo 6:

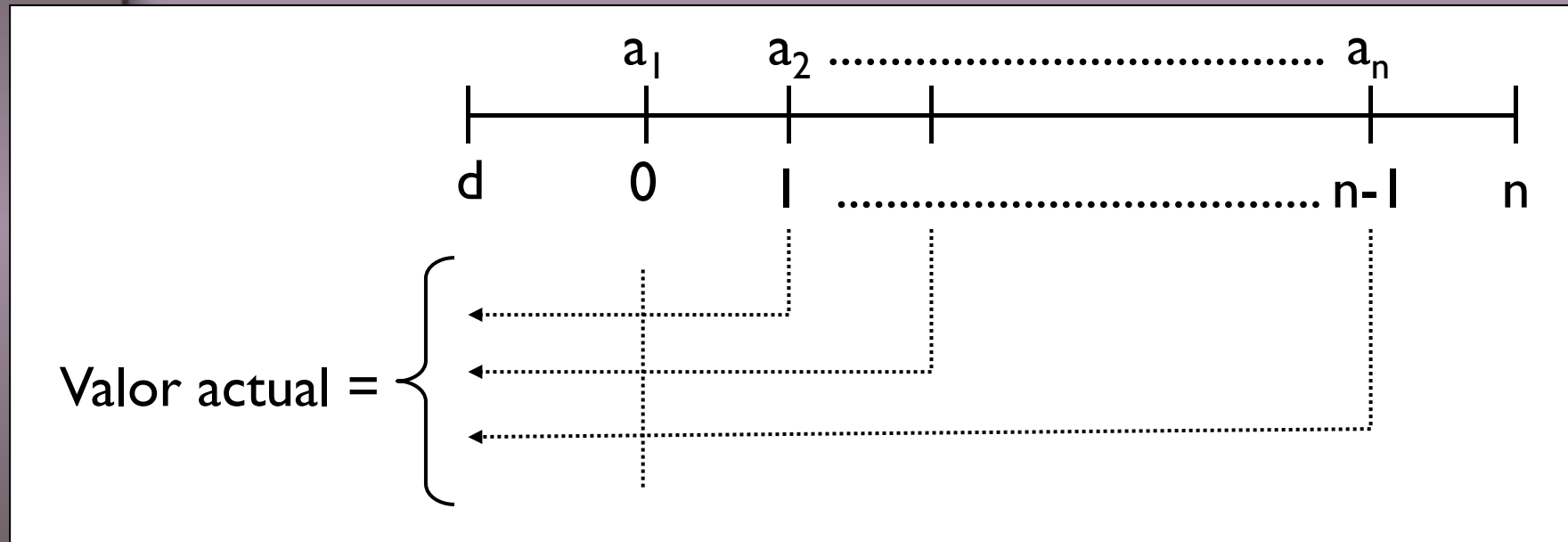
Calcular el valor final de una renta anual, si su primer término comienza a ser efectivo a los tres años y su cuantía es de 50.000 euros, se incrementa cada año 1.000 euros, su duración es de 12 años y el tipo de interés el 1,5%.

$$\begin{aligned} d / S_{(a_1, d) \overline{n}|i} &= S_{(a_1, d) \overline{n}|i} = S_{(50.000, 1.000) \overline{10}|0,015} = \\ &= \left[\left(50.000 + \frac{1.000}{0,015} + 1.000 \cdot 10 \right) \cdot a_{\overline{10}|0,015} - \frac{1.000 \cdot 10}{0,015} \right] \cdot (1 + 0,015)^{10} = \\ &= 581.984,19 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

d) Rentas temporales, diferidas y prepagables

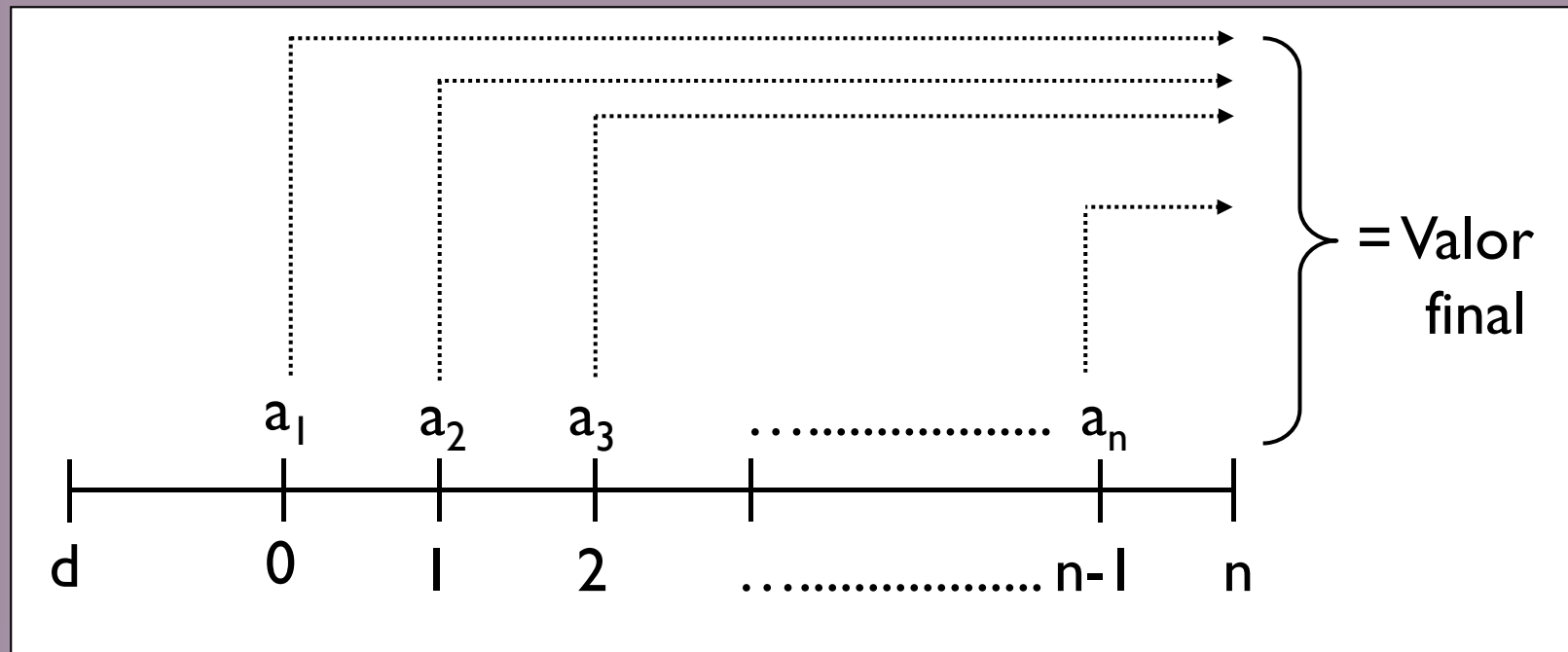


$$d / \ddot{A}_{(a_1, d)_{\overline{n}|i}} = \ddot{A}_{(a_1, d)_{\overline{n}|i}} \cdot (1+i)^{-d} = \left[\left(a_1 + \frac{d}{i} + d \cdot n \right) \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{d \cdot n}{i} \right] \cdot (1+i) \cdot (1+i)^{-d}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

d) Rentas temporales, diferidas y prepagables



$$d / \ddot{S}_{(a_1, d)_{\overline{n}|i}} = \ddot{S}_{(a_1, d)_{\overline{n}|i}} = \left[\left(a_1 + \frac{d}{i} + d \cdot n \right) \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{d \cdot n}{i} \right] \cdot (1 + i)^{n+1}$$

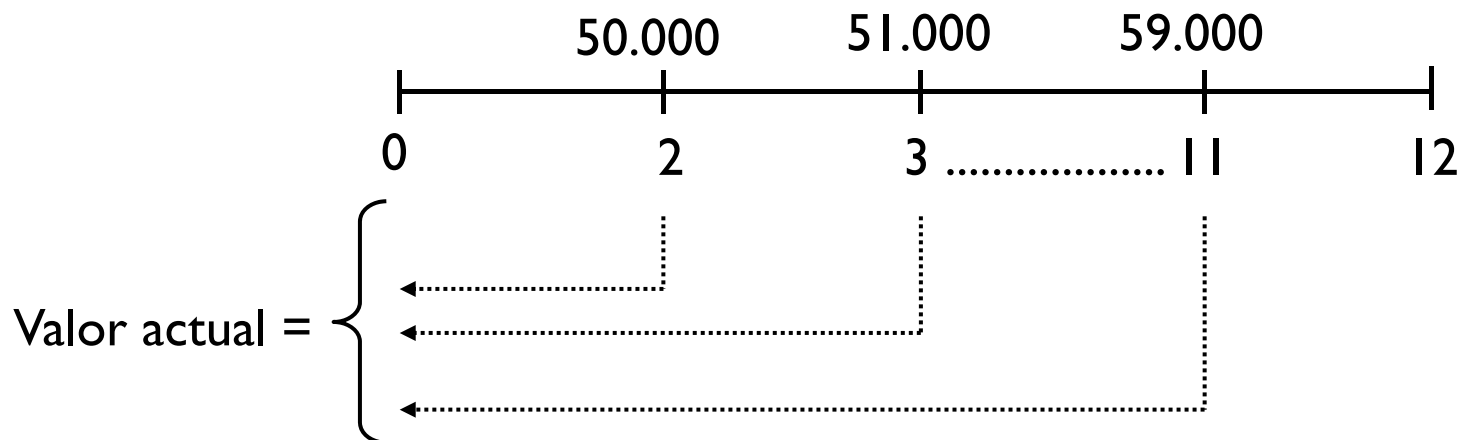
TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

d) Rentas temporales, diferidas y prepagables

Ejemplo 7:

Calcular el valor actual de una renta anual, prepagable, si su primer término comienza a ser efectivo a los tres años y su cuantía es de 50.000 euros, se incrementa cada año 1.000 euros, su duración es de 12 años y el tipo de interés el 1,5%.



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

d) Rentas temporales, diferidas y prepagables

Ejemplo 7:

Calcular el valor actual de una renta anual, prepagable, si su primer término comienza a ser efectivo a los tres años y su cuantía es de 50.000 euros, se incrementa cada año 1.000 euros, su duración es de 12 años y el tipo de interés el 1,5%.

$$\begin{aligned} d / \ddot{A}_{(a_1, d) \overline{n} | i} &= \ddot{A}_{(a_1, d) \overline{n} | i} \cdot (1 + i)^{-d} = 2 / \ddot{A}_{(50.000, 1.000) \overline{10} | 0,015} = \\ &= \left[\left(50.000 + \frac{1.000}{0,015} + 1.000 \cdot 10 \right) \cdot a_{\overline{10} | 0,015} - \frac{1.000 \cdot 10}{0,015} \right] \cdot (1 + 0,015)^{-1} = \\ &= 494.065,72 \text{ €} \end{aligned}$$

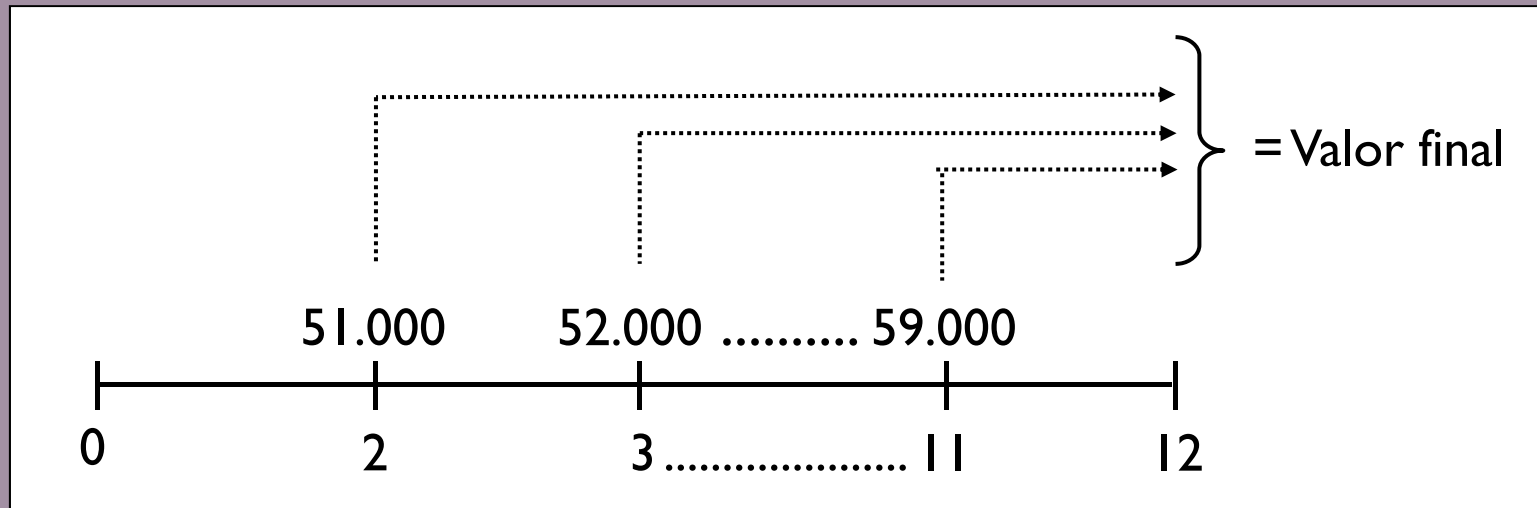
TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

d) Rentas temporales, diferidas y prepagables

Ejemplo 8:

Calcular el valor final de una renta anual, prepagable, si su primer término comienza a ser efectivo a los tres años y su cuantía es de 50.000 euros, se incrementa cada año 1.000 euros, su duración es de 12 años y el tipo de interés el 1,5%.



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

d) Rentas temporales, diferidas y prepagables

Ejemplo 8:

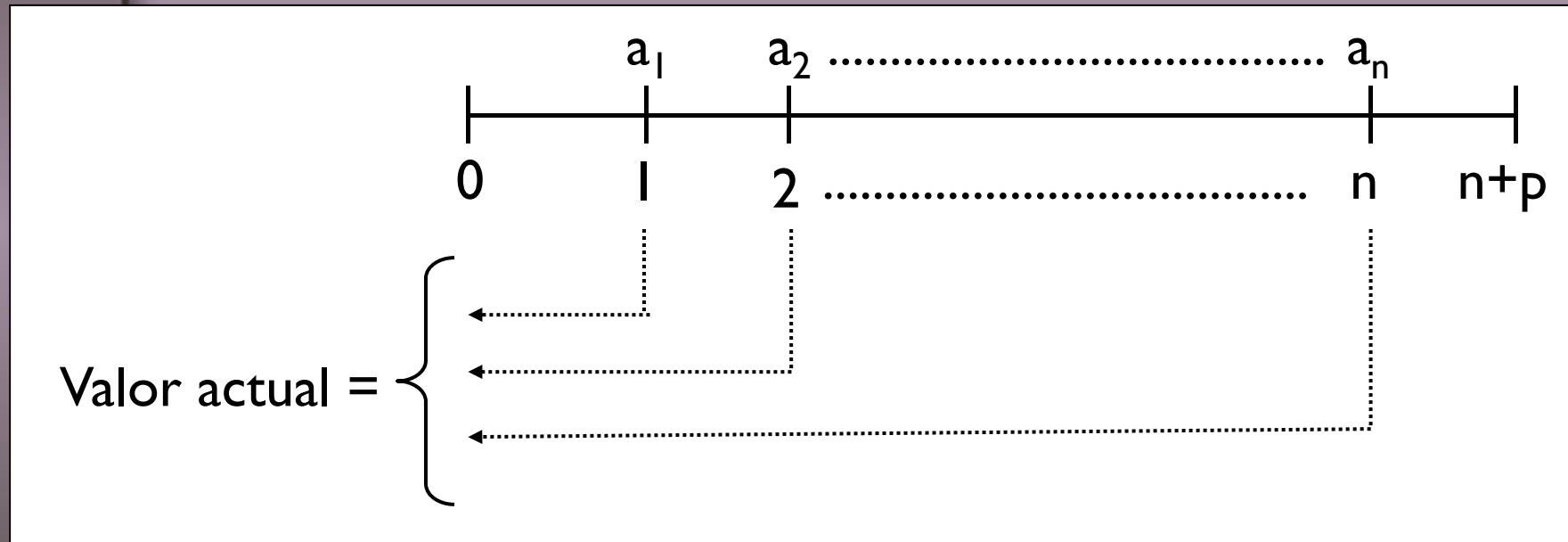
Calcular el valor final de una renta anual, prepagable, si su primer término comienza a ser efectivo a los tres años y su cuantía es de 50.000 euros, se incrementa cada año 1.000 euros, su duración es de 12 años y el tipo de interés el 1,5%.

$$\begin{aligned} d / \ddot{S}_{(a_1, d) \overline{n}|i} &= \ddot{S}_{(a_1, d) \overline{n}|i} = 2 / \ddot{S}_{(50.000, 1.000) \overline{10}|0,015} = \ddot{S}_{(50.000, 1.000) \overline{10}|0,015} = \\ &= \left[\left(50.000 + \frac{1.000}{0,015} + 1.000 \cdot 10 \right) \cdot a_{\overline{10}|0,015} - \frac{1.000 \cdot 10}{0,015} \right] \cdot (1 + 0,015)^{11} = \\ &= 590.713,96 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

e) Rentas temporales, anticipadas y pospagables

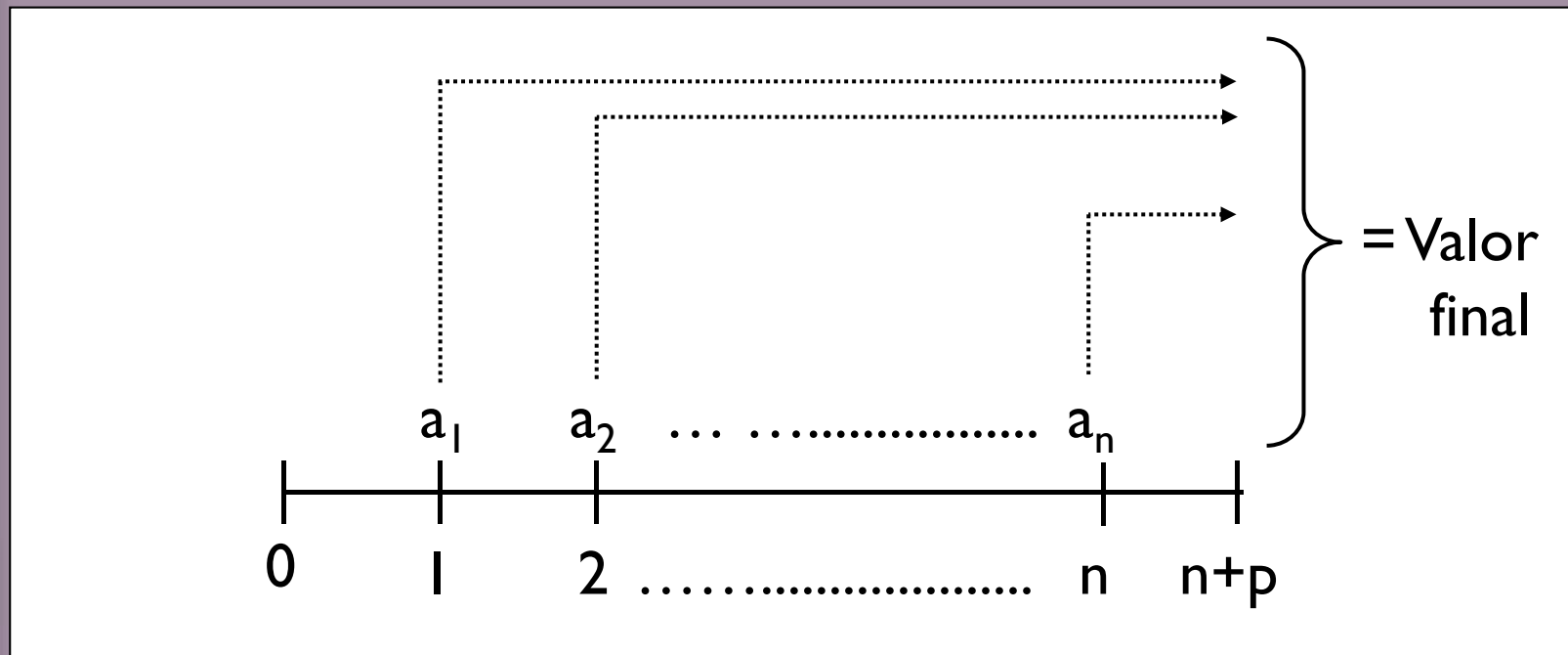


$$p / A_{(a_1, d) \overline{n}|i} = A_{(a_1, d) \overline{n}|i} = \left(a_1 + \frac{d}{i} + d \cdot n \right) \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{d \cdot n}{i}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

e) Rentas temporales, anticipadas y pospagables



$$p / S_{(a_1, d) \overline{n}|i} = S_{(a_1, d) \overline{n}|i} \cdot (1+i)^p = \left[\left(a_1 + \frac{d}{i} + d \cdot n \right) \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{d \cdot n}{i} \right] \cdot (1+i)^{n+p}$$

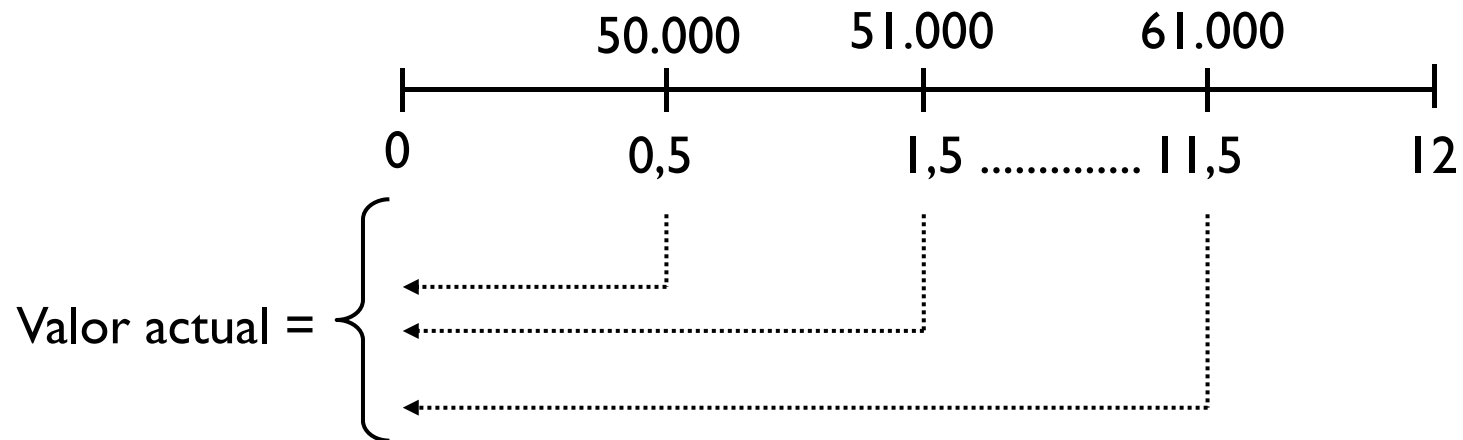
TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

e) Rentas temporales, anticipadas y pospagables

Ejemplo 9:

Calcular el valor actual de una renta anual, si su primer término comienza a ser efectivo a los seis meses y su cuantía es de 50.000 euros, se incrementa cada año 1.000 euros, su duración es de 12 años y el tipo de interés el 1,5%.



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

e) Rentas temporales, anticipadas y pospagables

Ejemplo 9:

Calcular el valor actual de una renta anual, si su primer término comienza a ser efectivo a los seis meses y su cuantía es de 50.000 euros, se incrementa cada año 1.000 euros, su duración es de 12 años y el tipo de interés el 1,5%.

$$\begin{aligned} p / A_{(a_1,d) \overline{n}|i} &= 0,5 / A_{(50.000,1.000) \overline{12}|0,015} = A_{(50.000,1.000) \overline{12}|0,015} \cdot (1 + 0,015)^{0,5} = \\ &= \left[\left(50.000 + \frac{1.000}{0,015} + 1.000 \cdot 12 \right) \cdot a_{\overline{12}|0,015} - \frac{1.000 \cdot 12}{0,015} \right] \cdot (1 + 0,015)^{0,5} = \\ &= 607.941,23 \text{ €} \end{aligned}$$

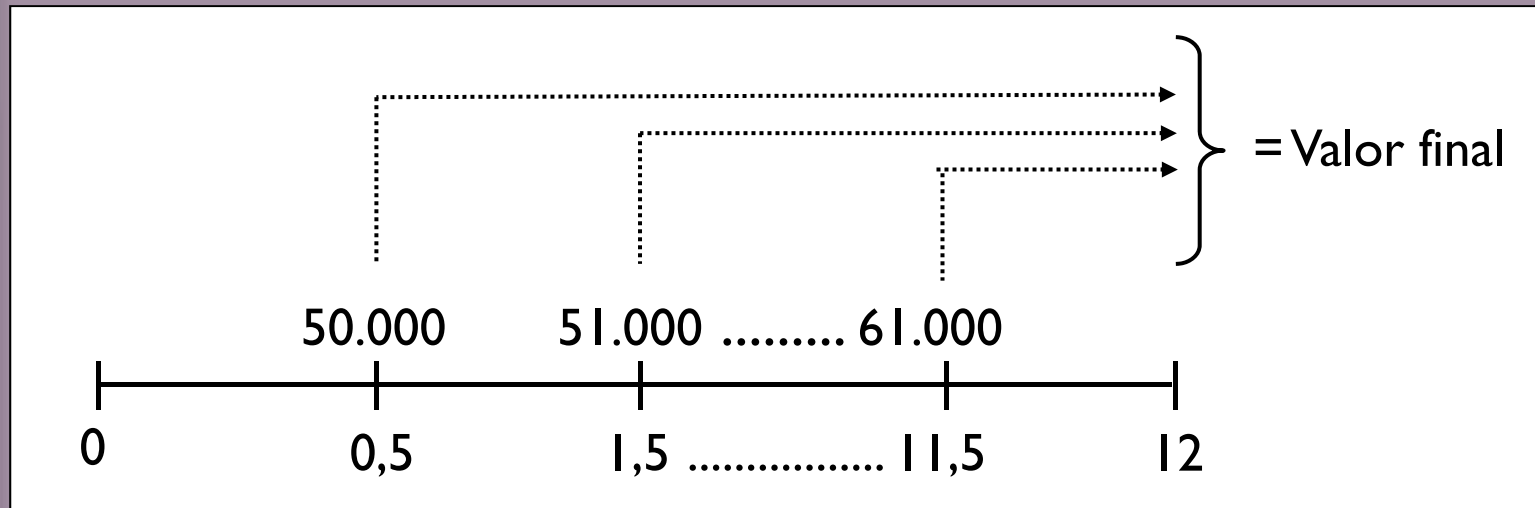
TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

e) Rentas temporales, anticipadas y pospagables

Ejemplo 10:

Calcular el valor final de una renta anual, si su primer término comienza a ser efectivo a los seis meses y su cuantía es de 50.000 euros, se incrementa cada año 1.000 euros, su duración es de 12 años y el tipo de interés el 1,5%.



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

e) Rentas temporales, anticipadas y pospagables

Ejemplo 10:

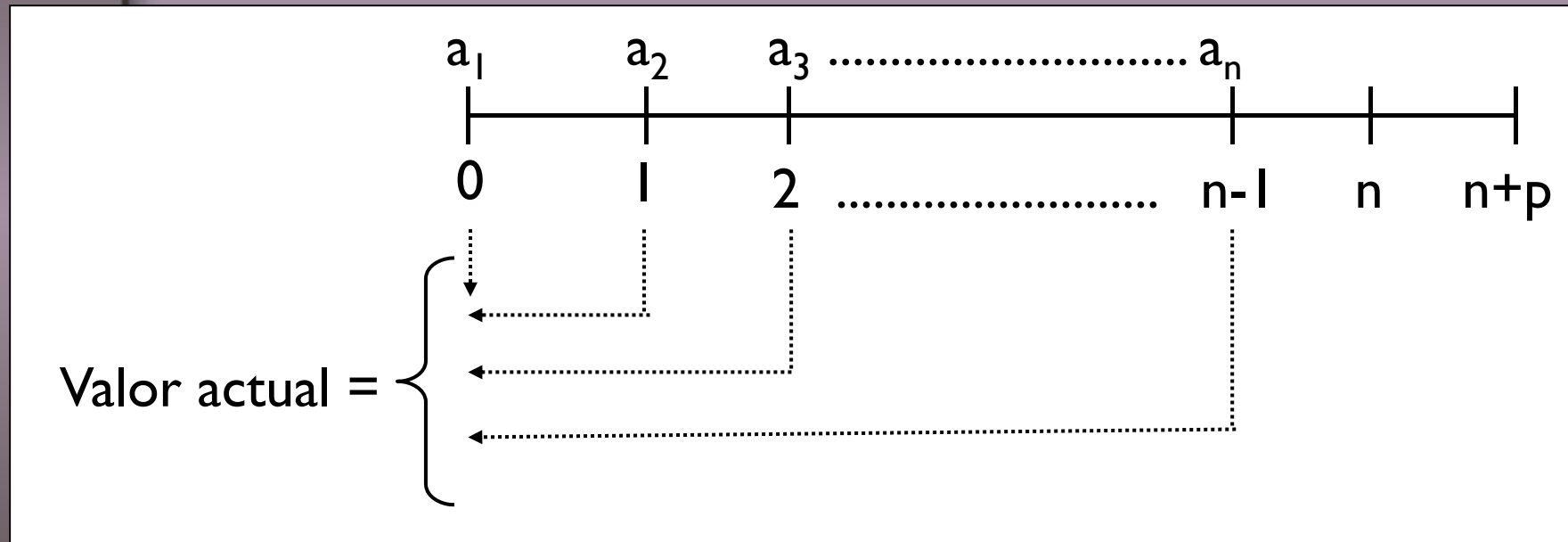
Calcular el valor final de una renta anual, si su primer término comienza a ser efectivo a los seis meses y su cuantía es de 50.000 euros, se incrementa cada año 1.000 euros, su duración es de 12 años y el tipo de interés el 1,5%.

$$\begin{aligned} p / A_{(a_1, d) \overline{n}|i} &= 0,5 / S_{(50.000, 1.000) \overline{12}|0,015} = S_{(50.000, 1.000) \overline{12}|0,015} \cdot (1 + 0,015)^{0,5} = \\ &= \left[\left(50.000 + \frac{1.000}{0,015} + 1.000 \cdot 12 \right) \cdot a_{\overline{12}|0,015} - \frac{1.000 \cdot 12}{0,015} \right] \cdot (1 + 0,015)^{12} = \\ &= 732.296,79 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

f) Rentas temporales, anticipadas y prepagables

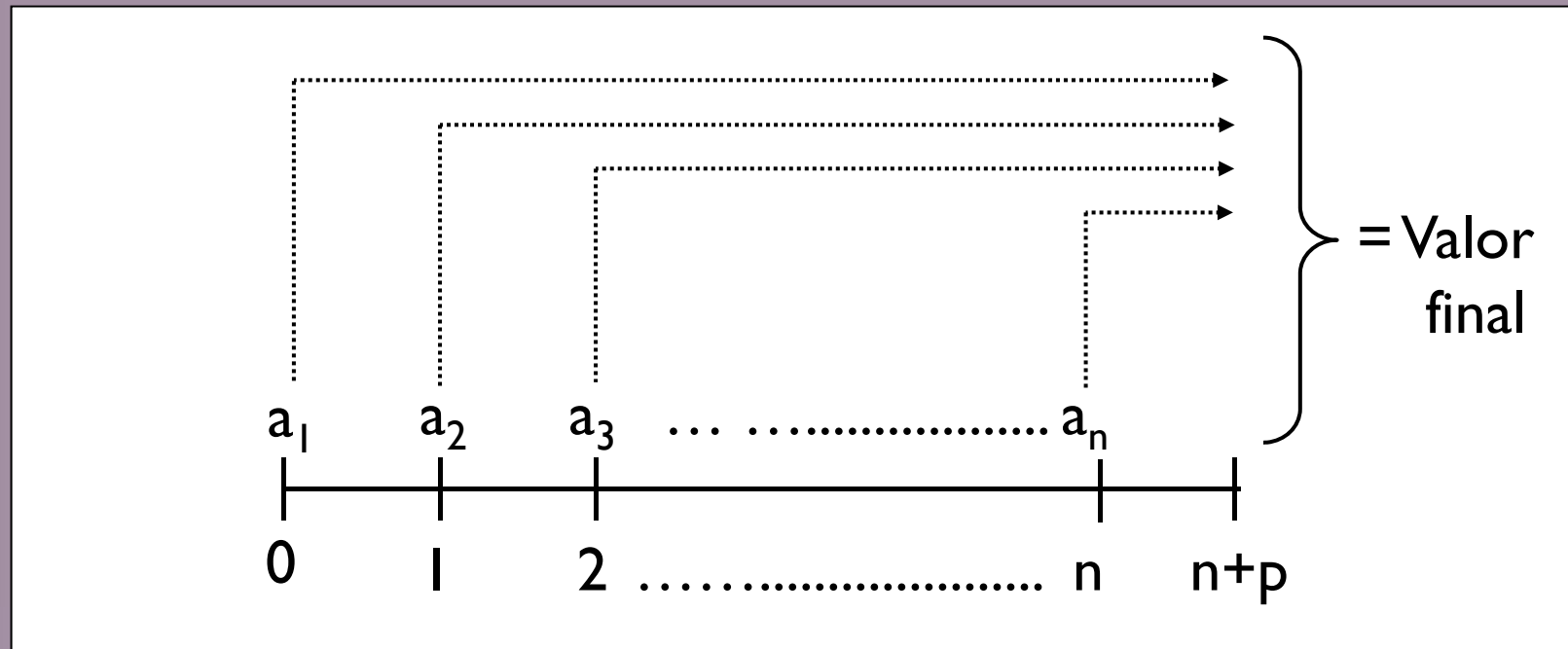


$$p / \ddot{A}_{(a_1, d)_{\overline{n}|i}} = \ddot{A}_{(a_1, d)_{\overline{n}|i}} = \left[\left(a_1 + \frac{d}{i} + d \cdot n \right) \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{d \cdot n}{i} \right] \cdot (1 + i)$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

f) Rentas temporales, anticipadas y prepagables



$$p / \ddot{S}_{(a_1, d)_{\overline{n}|i}} = \ddot{S}_{(a_1, d)_{\overline{n}|i}} \cdot (1+i)^p = \left[\left(a_1 + \frac{d}{i} + d \cdot n \right) \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{d \cdot n}{i} \right] \cdot (1+i)^{n+1} \cdot (1+i)^p$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

f) Rentas temporales, anticipadas y prepagables

Ejemplo 11:

Calcular el valor actual de una renta anual de 10 términos, prepagable, anticipada seis meses, si su primer término es de cuantía 50.000 euros, se incrementa cada año 1.000 euros y el tipo de interés es el 1,5%.

$$\begin{aligned} p / \ddot{A}_{(a_1,d)\overline{n}|i} &= \ddot{A}_{(a_1,d)\overline{n}|i} = \ddot{A}_{(50.000,1.000)\overline{10}|0,015} = \\ &= \left[\left(50.000 + \frac{1.000}{0,015} + 1.000 \cdot 10 \right) \cdot a_{\overline{10}|0,015} - \frac{1.000 \cdot 10}{0,015} \right] \cdot (1 + 0,015) = \\ &= 508.998,86 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

f) Rentas temporales, anticipadas y prepagables

Ejemplo 12:

Calcular el valor final de una renta anual de 10 términos, prepagable, anticipada seis meses, si su primer término es de cuantía 50.000 euros, se incrementa cada año 1.000 euros y el tipo de interés es el 1,5%.

$$\begin{aligned} p / \ddot{S}_{(a_1, d) \overline{n}|i} &= \ddot{S}_{(a_1, d) \overline{n}|i} \cdot (1+i)^p = \ddot{S}_{(50.000, 1.000) \overline{10}|0,015} \cdot (1+0,015)^{0,5} = \\ &= \left[\left(50.000 + \frac{1.000}{0,015} + 1.000 \cdot 10 \right) \cdot a_{\overline{10}|0,015} - \frac{1.000 \cdot 10}{0,015} \right] \cdot (1+0,015)^{10,5} = \\ &= 586.332,83 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

g) Rentas temporales y fraccionadas

$$A_{(a_1, d)_{\overline{n}|i}}^{(m)} = \frac{i}{J_{(m)}} \cdot A_{(a_1, d)_{\overline{n}|i}}$$

$$\ddot{A}_{(a_1, d)_{\overline{n}|i}}^{(m)} = \frac{i}{J_{(m)}} \cdot A_{(a_1, d)_{\overline{n}|i}} \cdot (1 + i_m)$$

$$S_{(a_1, d)_{\overline{n}|i}}^{(m)} = \frac{i}{J_{(m)}} \cdot S_{(a_1, d)_{\overline{n}|i}}$$

$$\ddot{S}_{(a_1, d)_{\overline{n}|i}}^{(m)} = \frac{i}{J_{(m)}} \cdot S_{(a_1, d)_{\overline{n}|i}} \cdot (1 + i_m)$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

g) Rentas temporales y fraccionadas

Ejemplo 13:

Calcular el valor actual de una renta mensual de 10 años, si los términos del primer año son de cuantía 50.000 euros, se incrementan cada año 1.000 euros y el tipo de interés es el 1,5%.

$$1 + i = \left(1 + \frac{J_{(12)}}{12} \right)^{12} \Rightarrow 1 + 0,015 = \left(1 + \frac{J_{(12)}}{12} \right)^{12}$$

$$J_{(12)} = \left[(1 + 0,015)^{\frac{1}{12}} - 1 \right] \cdot 12 = 0,014897853$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

g) Rentas temporales y fraccionadas

Ejemplo 13:

Calcular el valor actual de una renta mensual de 10 años, si los términos del primer año son de cuantía 50.000 euros, se incrementan cada año 1.000 euros y el tipo de interés es el 1,5%.

$$\begin{aligned} A_{(50.000 \cdot 12, 1.000 \cdot 12)}^{(12)}_{10|0,015} &= \frac{0,015}{J_{(12)}} \cdot A_{(600.000, 12.000)}_{10|0,015} = \\ &= \frac{0,015}{0,014897853} \cdot \left[\left(600.000 + \frac{12.000}{0,015} + 12.000 \cdot 10 \right) \cdot a_{10|0,015} - \frac{12.000 \cdot 10}{0,015} \right] = \\ &= 6.058.981,16 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

g) Rentas temporales y fraccionadas

Ejemplo 14:

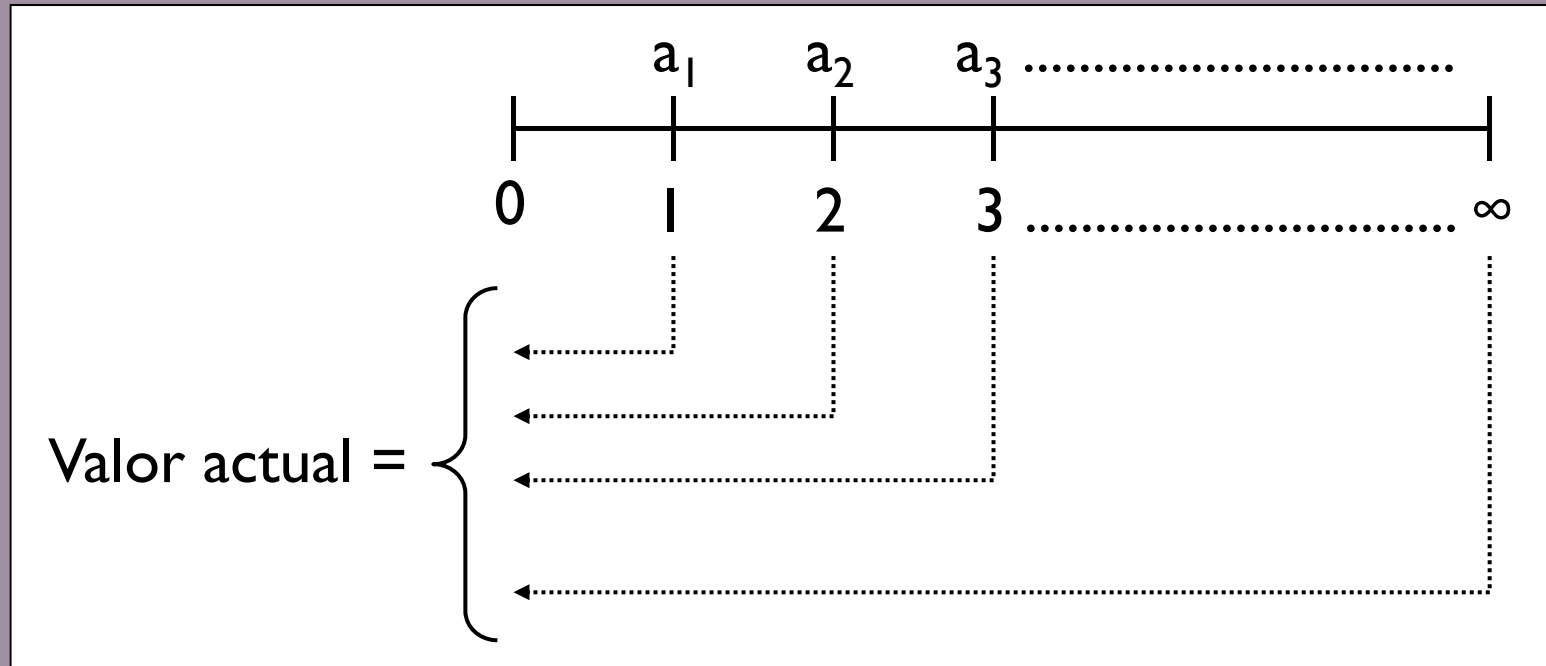
Calcular el valor final de una renta mensual de 10 años, si los términos del primer año son de cuantía 50.000 euros, se incrementan cada año 1.000 euros y el tipo de interés es el 1,5%.

$$\begin{aligned} S_{(50.000 \cdot 12, 1.000 \cdot 12)_{10|0,015}}^{(12)} &= A_{(50.000 \cdot 12, 1.000 \cdot 12)_{10|0,015}}^{(12)} \cdot (1 + 0,015)^{10} = \\ &= 6.058.981,16 \cdot (1 + 0,015)^{10} = 7.031.695 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

a) Rentas perpetuas, inmediatas y pospagables



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

a) Rentas perpetuas, inmediatas y pospagables

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{(a_1, d)_{\infty|i}} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{A}_{(a_1, d)_{n|i}} = \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(a_1 + \frac{d}{i} \right) \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{d \cdot n \cdot (1+i)^{-n}}{i} \right] \end{aligned}$$

$$\mathbf{A}_{(a_1, d)_{\infty|i}} = \left(a_1 + \frac{d}{i} \right) \cdot \frac{1}{i}$$

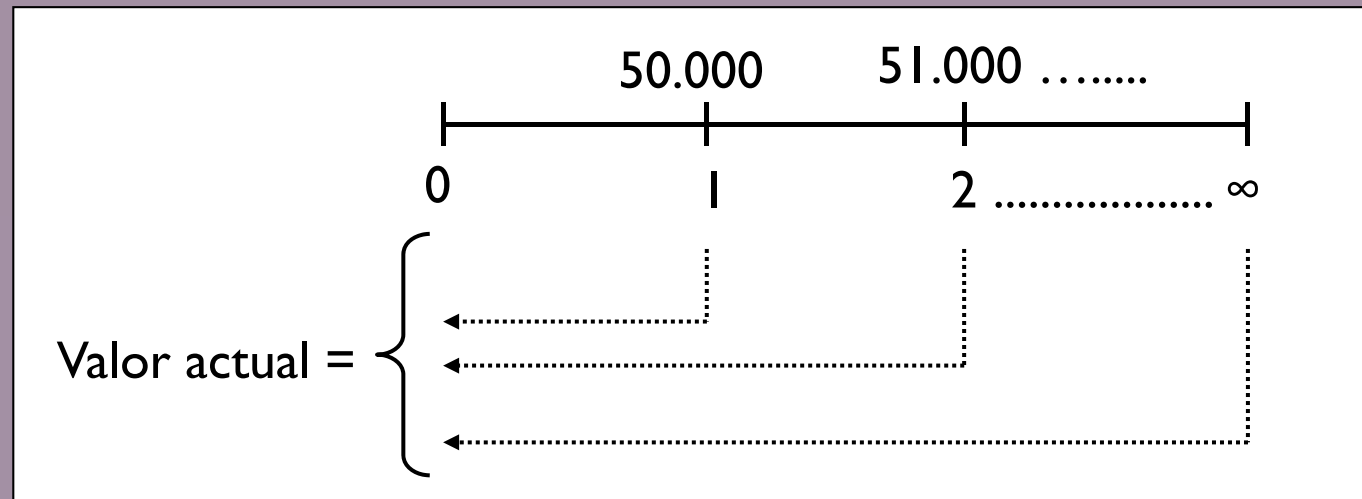
TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

a) Rentas perpetuas, inmediatas y pospagables

Ejemplo 1:

Calcular el valor actual de una renta anual, perpetua, si su primer término es 50.000 euros, se incrementa cada año 1.000 euros y el tipo de interés es el 1,5%.



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

a) Rentas perpetuas, inmediatas y pospagables

Ejemplo I:

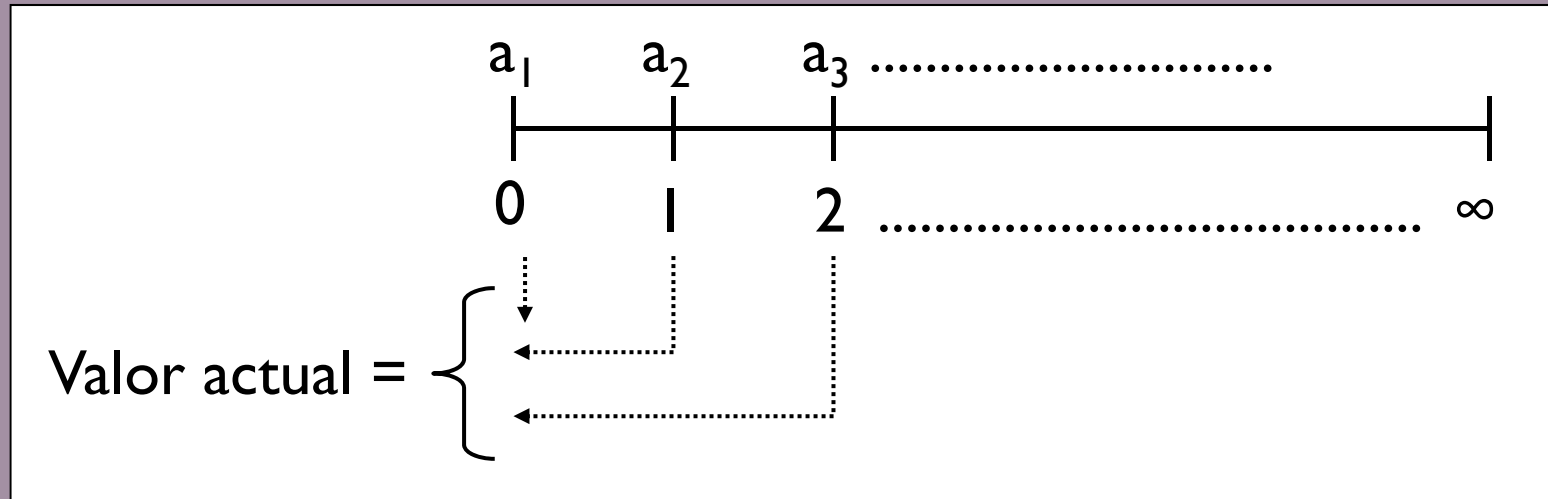
Calcular el valor actual de una renta anual, perpetua, si su primer término es 50.000 euros, se incrementa cada año 1.000 euros y el tipo de interés es el 1,5%.

$$\begin{aligned} A_{(a_1, d) \overline{\infty} | i} &= \left[a_1 + \frac{d}{i} \right] \cdot \frac{1}{i} = \left[50.000 + \frac{1.000}{0,015} \right] \cdot \frac{1}{0,015} = \\ &= 7.777.777,78 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

b) Rentas perpetuas, inmediatas y prepagables



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

b) Rentas perpetuas, inmediatas y prepagables

$$\begin{aligned}\ddot{A}_{(a_1, d) \overline{\infty}|i} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \ddot{A}_{(a_1, d) \overline{n}|i} = \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(a_1 + \frac{d}{i} \right) \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{d \cdot n \cdot (1+i)^{-n}}{i} \right] \cdot (1+i)\end{aligned}$$

$$\ddot{A}_{(a_1, d) \overline{\infty}|i} = \left(a_1 + \frac{d}{i} \right) \cdot \frac{1}{i} \cdot (1+i) = A_{(a_1, d) \overline{\infty}|i} \cdot (1+i)$$

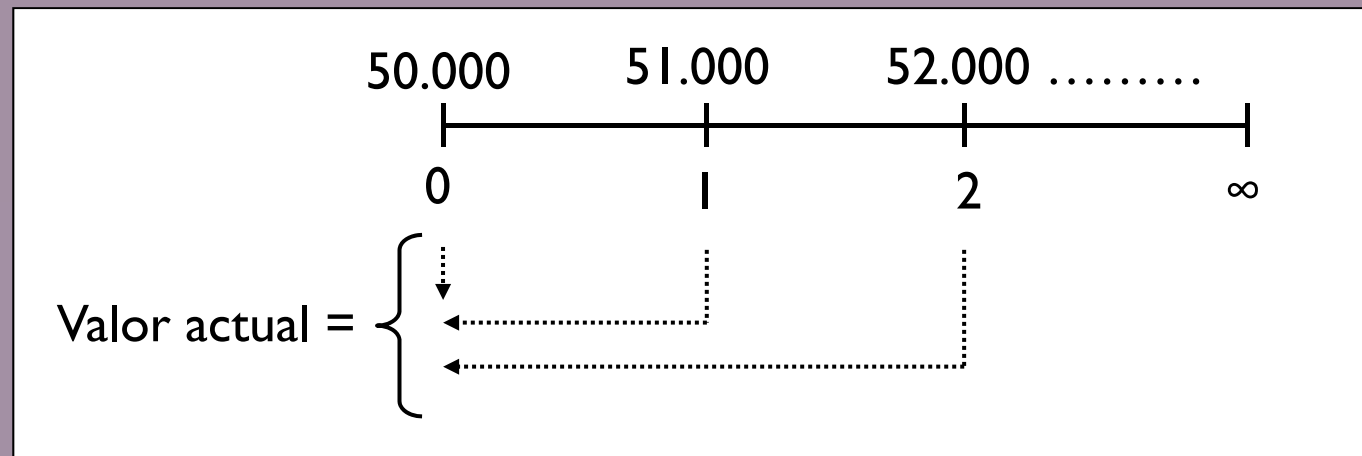
TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

b) Rentas perpetuas, inmediatas y prepagables

Ejemplo 2:

Calcular el valor actual de una renta anual, prepagable y perpetua, si su primer término es 50.000 euros, se incrementa cada año 1.000 euros y el tipo de interés es el 1,5%.



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

b) Rentas perpetuas, inmediatas y prepagables

Ejemplo 2:

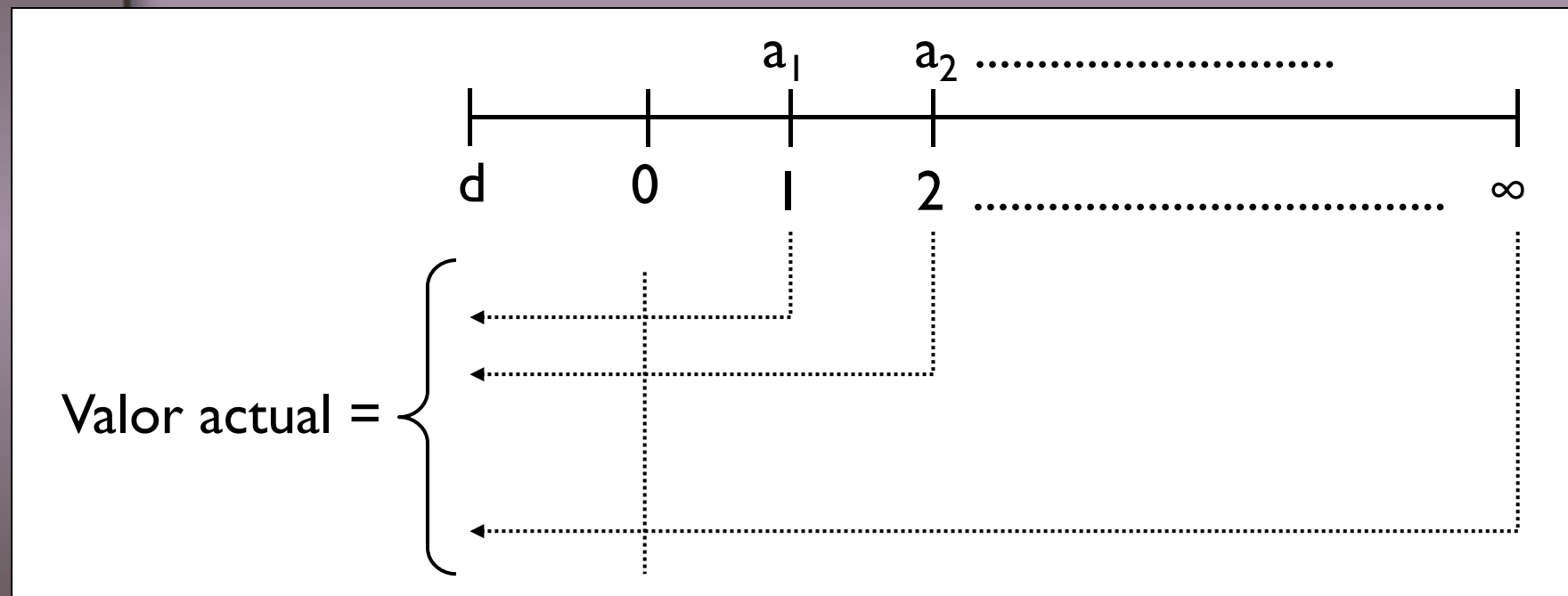
Calcular el valor actual de una renta anual, prepagable y perpetua, si su primer término es 50.000 euros, se incrementa cada año 1.000 euros y el tipo de interés es el 1,5%.

$$\begin{aligned}\ddot{\mathbf{A}}_{(a_1, d) \overline{\infty} i} &= \left[a_1 + \frac{d}{i} \right] \cdot \frac{1}{i} \cdot (1 + i) = \\ &= \left[50.000 + \frac{1.000}{0,015} \right] \cdot \frac{1}{0,015} \cdot (1 + 0,015) = \\ &= 7.894.444,44 \text{ €}\end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

c) Rentas perpetuas, diferidas y pospagables



$$\mathbf{d / A_{(a_1, d)_{\infty i}} = A_{(a_1, d)_{\infty i}} \cdot (1+i)^{-d} = \left(a_1 + \frac{d}{i} \right) \cdot \frac{1}{i} \cdot (1+i)^{-d}}$$

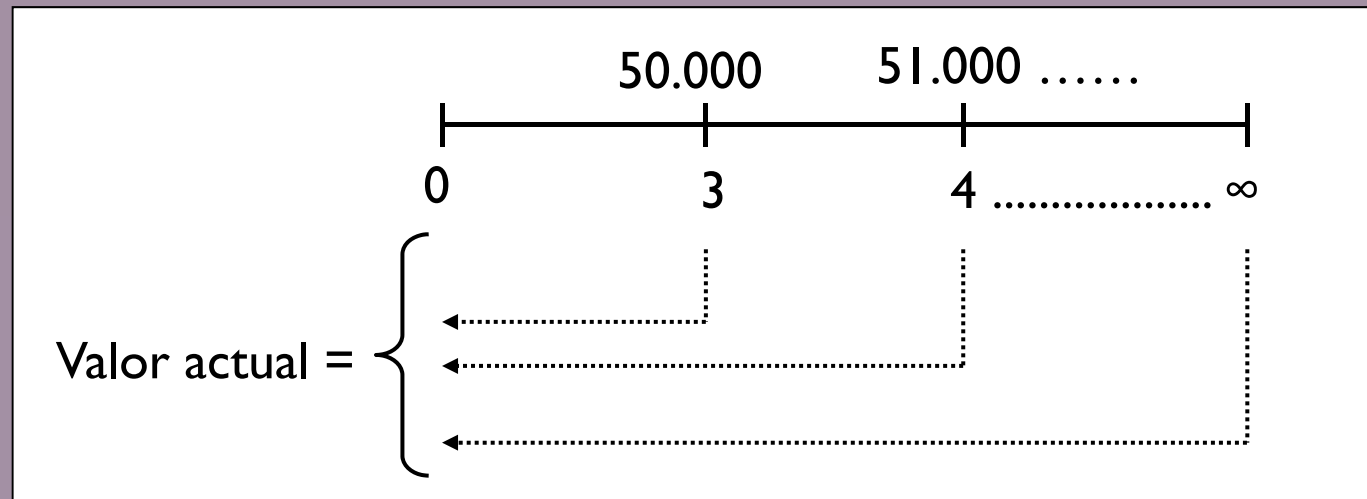
TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

c) Rentas perpetuas, diferidas y pospagables

Ejemplo 3:

Calcular el valor actual de una renta anual y perpetua, si su primer término comienza a ser efectivo a los tres años y su cuantía es de 50.000 euros, se incrementa cada año 1.000 euros y el tipo de interés el 1,5%.



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

c) Rentas perpetuas, diferidas y pospagables

Ejemplo 3:

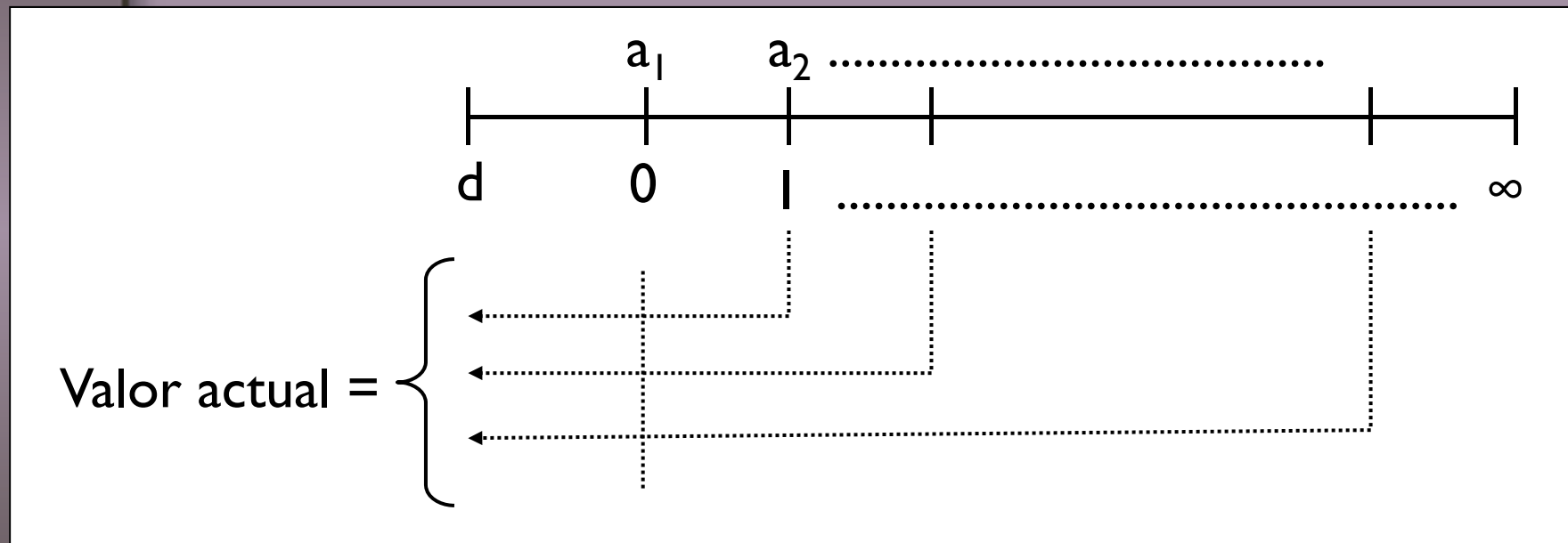
Calcular el valor actual de una renta anual y perpetua, si su primer término comienza a ser efectivo a los tres años y su cuantía es de 50.000 euros, se incrementa cada año 1.000 euros y el tipo de interés el 1,5%.

$$\begin{aligned} d / A_{(a_1, d) \overline{\infty}|i} &= A_{(a_1, d) \overline{\infty}|i} \cdot (1+i)^{-d} = 2 / A_{(50.000, 1.000) \overline{\infty}|0,015} = \\ &= \left(50.000 + \frac{1.000}{0,015} \right) \cdot \frac{1}{0,015} \cdot (1 + 0,015)^{-2} = \\ &= 7.549.591,38 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

d) Rentas perpetuas, diferidas y prepagables



$$\mathbf{d / \ddot{A}_{(a_1, d)_{\infty|i}} = \ddot{A}_{(a_1, d)_{\infty|i}} \cdot (1 + i)^{-d} = \left(a_1 + \frac{d}{i} \right) \cdot \frac{1}{i} \cdot (1 + i) \cdot (1 + i)^{-d}}$$

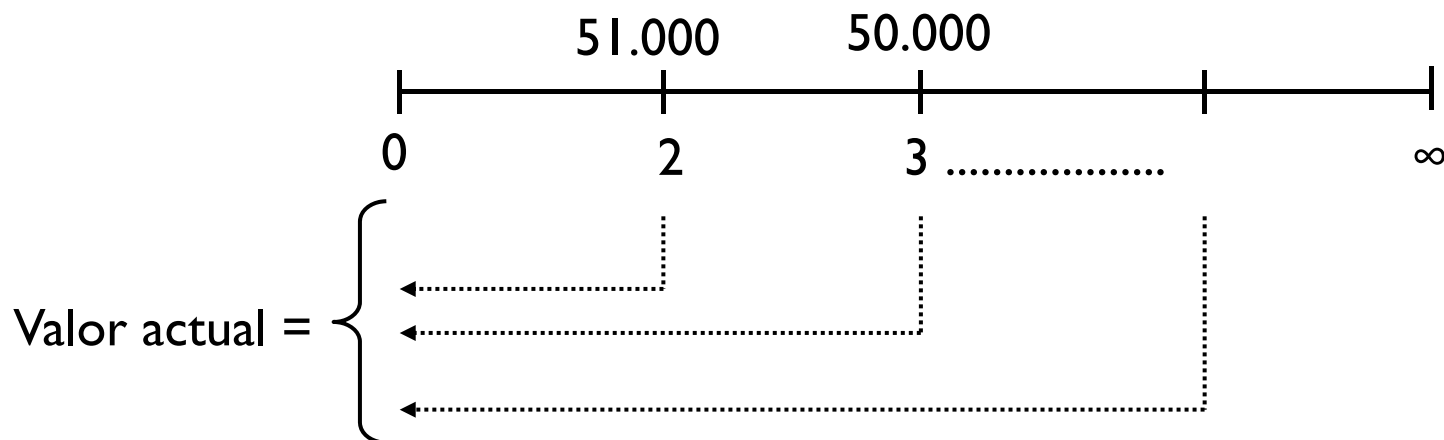
TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

d) Rentas perpetuas, diferidas y prepagables

Ejemplo 4:

Calcular el valor actual de una renta anual, prepagable y perpetua, si su primer término comienza a ser efectivo a los tres años y su cuantía es de 50.000 euros, se incrementa cada año 1.000 euros y el tipo de interés el 1,5%.



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

d) Rentas perpetuas, diferidas y prepagables

Ejemplo 4:

Calcular el valor actual de una renta anual, prepagable y perpetua, si su primer término comienza a ser efectivo a los tres años y su cuantía es de 50.000 euros, se incrementa cada año 1.000 euros y el tipo de interés el 1,5%.

$$\begin{aligned} d / \ddot{A}_{(a_1, d) \overline{\infty}|i} &= \ddot{A}_{(a_1, d) \overline{\infty}|i} \cdot (1+i)^{-d} = 2 / \ddot{A}_{(50.000, 1.000) \overline{\infty}|0,015} = \\ &= \left(50.000 + \frac{1.000}{0,015} \right) \cdot \frac{1}{0,015} \cdot (1+0,015) \cdot (1+0,015)^{-2} = \\ &= 7.662.835,25 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

e) Rentas perpetuas y fraccionadas

$$\mathbf{A}_{(a_1, d)_{\infty|i}}^{(m)} = \frac{\mathbf{i}}{\mathbf{J}_{(m)}} \cdot \mathbf{A}_{(a_1, d)_{\infty|i}}$$

$$\mathbf{\ddot{A}}_{(a_1, d)_{\infty|i}}^{(m)} = \frac{\mathbf{i}}{\mathbf{J}_{(m)}} \cdot \mathbf{A}_{(a_1, d)_{\infty|i}} \cdot (\mathbf{1} + \mathbf{i}_m)$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

e) Rentas perpetuas y fraccionadas

Ejemplo 5:

Calcular el valor actual de una renta mensual y perpetua, si los términos del primer año son de cuantía 50.000 euros, se incrementan cada año 1.000 euros y el tipo de interés es el 1,5%.

$$1 + i = \left(1 + \frac{J_{(12)}}{12} \right)^{12} \Rightarrow 1 + 0,015 = \left(1 + \frac{J_{(12)}}{12} \right)^{12}$$

$$J_{(12)} = \left[(1 + 0,015)^{\frac{1}{12}} - 1 \right] \cdot 12 = 0,014897853$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

e) Rentas perpetuas y fraccionadas

Ejemplo 5:

Calcular el valor actual de una renta mensual y perpetua, si los términos del primer año son de cuantía 50.000 euros, se incrementan cada año 1.000 euros y el tipo de interés es el 1,5%.

$$\begin{aligned} A_{(50.000 \cdot 12, 1.000 \cdot 12)_{\infty} | 0,015}^{(12)} &= \frac{0,015}{J_{(12)}} \cdot A_{(600.000, 12.000)_{\infty} | 0,015} = \\ &= \frac{0,015}{0,014897853} \cdot \left(600.000 + \frac{12.000}{0,015} \right) \cdot \frac{1}{0,015} = \\ &= 93.973.275,55 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

e) Rentas perpetuas y fraccionadas

Ejemplo 6:

Calcular el valor actual de una renta mensual, perpetua y prepagable, si los términos del primer año son de cuantía 50.000 euros, se incrementan cada año 1.000 euros y el tipo de interés es el 1,5%.

$$1 + i = \left(1 + \frac{J_{(12)}}{12} \right)^{12} \Rightarrow 1 + 0,015 = (1 + i_{12})^{12}$$

$$i_{12} = (1 + 0,015)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0,001241488$$

$$J_{(12)} = i_{12} \cdot 12 = 0,001241488 \cdot 12 = 0,014897853$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.1. Rentas variables en progresión aritmética.

e) Rentas perpetuas y fraccionadas

Ejemplo 6:

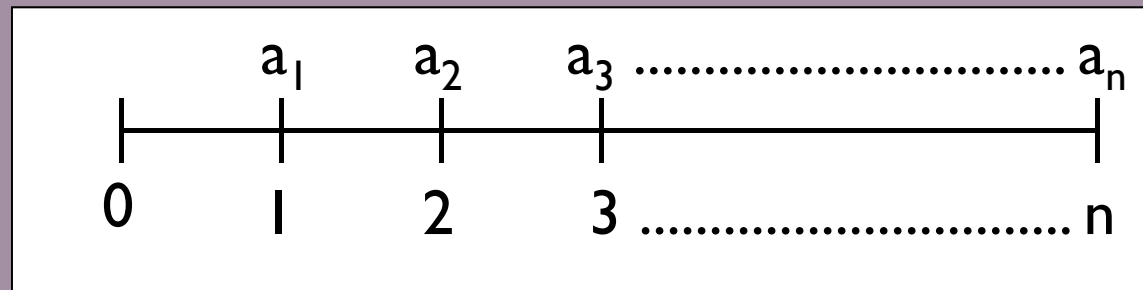
Calcular el valor actual de una renta mensual, perpetua y prepagable, si los términos del primer año son de cuantía 50.000 euros, se incrementan cada año 1.000 euros y el tipo de interés es el 1,5%.

$$\begin{aligned} \ddot{A}_{(50.000 \cdot 12, 1.000 \cdot 12)_{\infty} | 0,015}^{(12)} &= \frac{0,015}{J_{(12)}} \cdot A_{(600.000, 12.000)_{\infty} | 0,015} \cdot (1 + i_{12}) = \\ &= \frac{0,015}{0,014897853} \cdot \left(600.000 + \frac{12.000}{0,015} \right) \cdot \frac{1}{0,015} \cdot (1 + 0,001241488) = \\ &= 94.089.942,24 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables



$$a_1$$

$$a_2 = a_1 \cdot q$$

$$a_3 = a_2 \cdot q = a_1 \cdot q^2$$

....

$$a_k = a_{k-1} \cdot q = a_1 \cdot q^{k-1}$$

....

$$a_n = a_{n-1} \cdot q = a_1 \cdot q^{n-1}$$

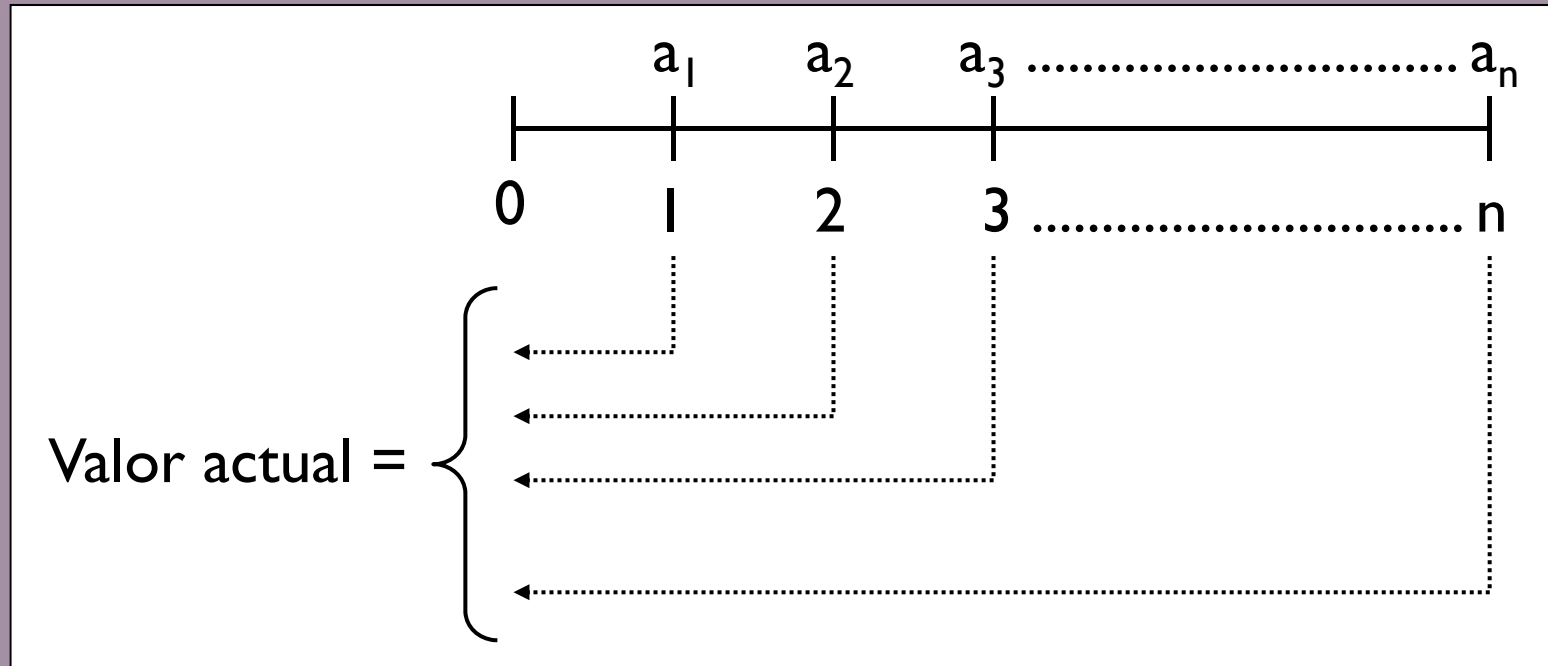
$0 < q < 1 \Rightarrow$ Progresión geométrica decreciente

$q > 1 \Rightarrow$ Progresión geométrica creciente

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables

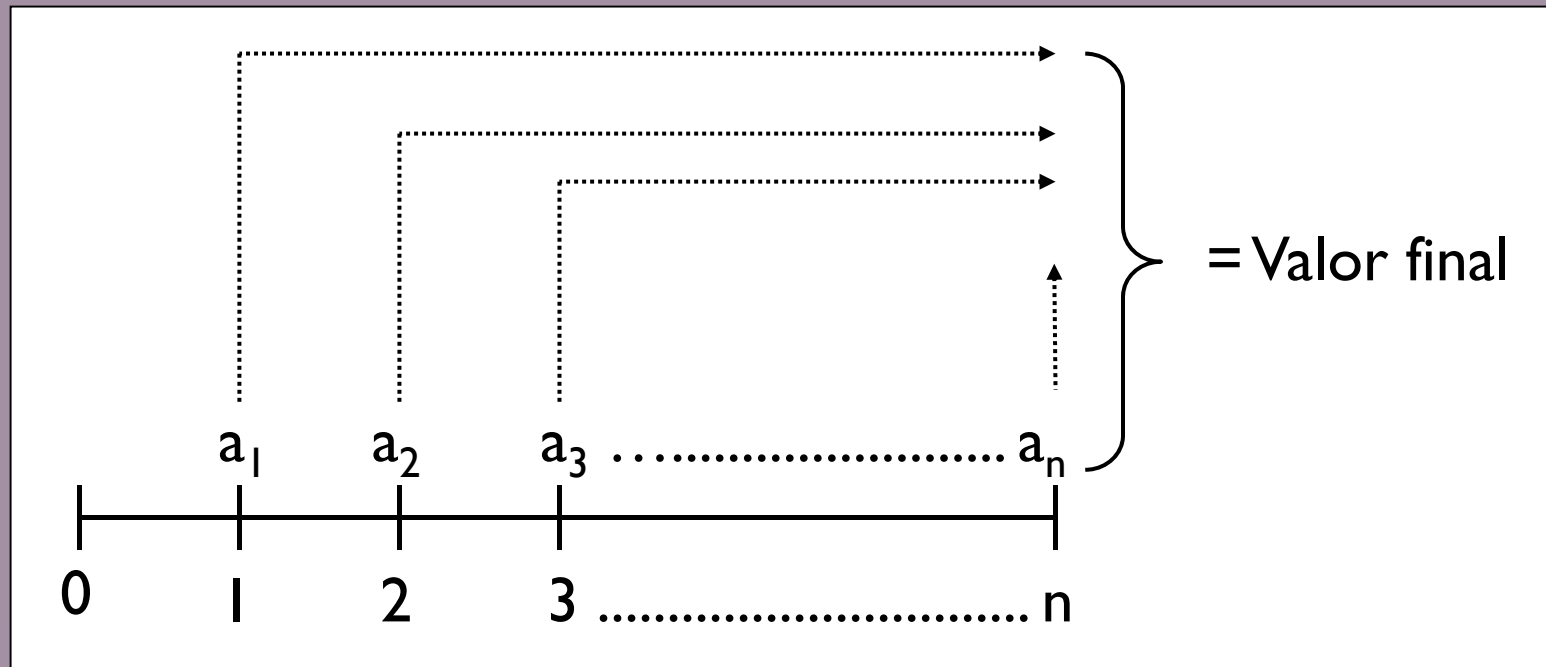
$$\begin{aligned} A_{(a_1, q) \overline{n}|i} &= \frac{a_1}{1+i} + \frac{a_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{a_n}{(1+i)^n} = \frac{a_1}{1+i} + \frac{a_1 \cdot q}{(1+i)^2} + \dots + \frac{a_1 \cdot q^{n-1}}{(1+i)^n} = \\ &= a_1 \cdot \left[\frac{1}{1+i} + \frac{q}{(1+i)^2} + \dots + \frac{q^{n-1}}{(1+i)^n} \right] = a_1 \cdot \left[\frac{\frac{1}{1+i} - \frac{q^{n-1}}{(1+i)^n} \cdot \frac{q}{1+i}}{1 - \frac{q}{1+i}} \right] = \\ &= a_1 \cdot \left[\frac{\frac{1}{1+i} - \frac{q^n}{(1+i)^{n+1}}}{\frac{1+i-q}{1+i}} \right] \end{aligned}$$

$$A_{(a_1, q) \overline{n}|i} = a_1 \cdot \left(\frac{1 - q^n \cdot (1+i)^{-n}}{1+i-q} \right)$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables



$$S_{(a_1, q)_{\overline{n}|i}} = A_{(a_1, q)_{\overline{n}|i}} \cdot (1+i)^n = a_1 \cdot \left(\frac{1 - q^n \cdot (1+i)^{-n}}{1+i-q} \right) \cdot (1+i)^n = a_1 \cdot \left(\frac{(1+i)^n - q^n}{1+i-q} \right)$$

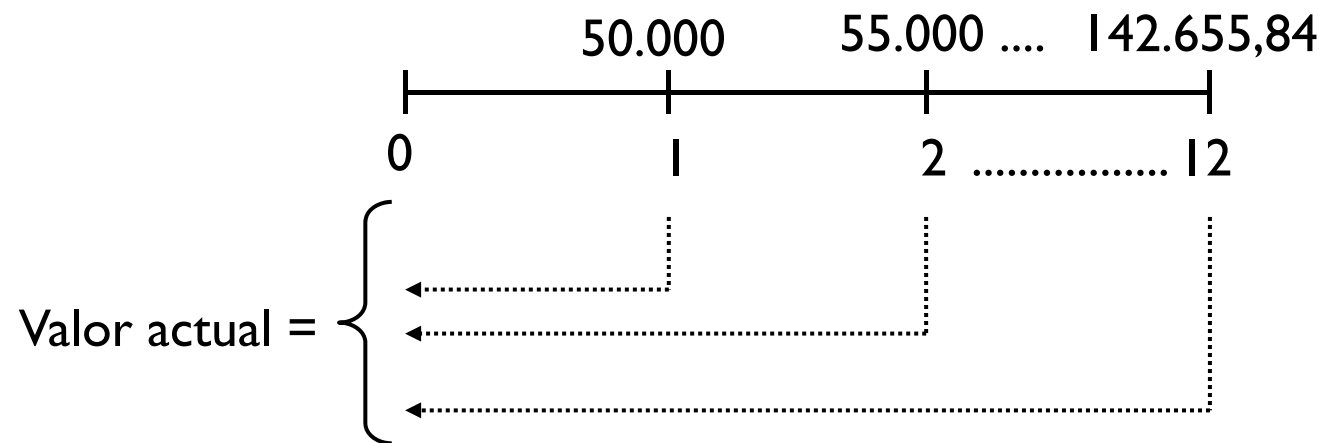
TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables

Ejemplo 1:

Calcular el valor actual de una renta anual, con una duración de 12 años, si su primer término es 50.000 euros, se incrementa acumulativamente un 10% y el tipo de interés es el 1,5%.



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables

Ejemplo I:

Calcular el valor actual de una renta anual, con una duración de 12 años, si su primer término es 50.000 euros, se incrementa acumulativamente un 10% y el tipo de interés es el 1,5%.

$$\begin{aligned} A_{(a_1, q) \overline{n}|i} &= a_1 \cdot \left(\frac{1 - q^n \cdot (1 + i)^{-n}}{1 + i - q} \right) = \\ &= 50.000 \cdot \left(\frac{1 - 1,10^{12} \cdot (1 + 0,015)^{-12}}{1 + 0,015 - 1,10} \right) = 955.848,25 \text{ €} \end{aligned}$$

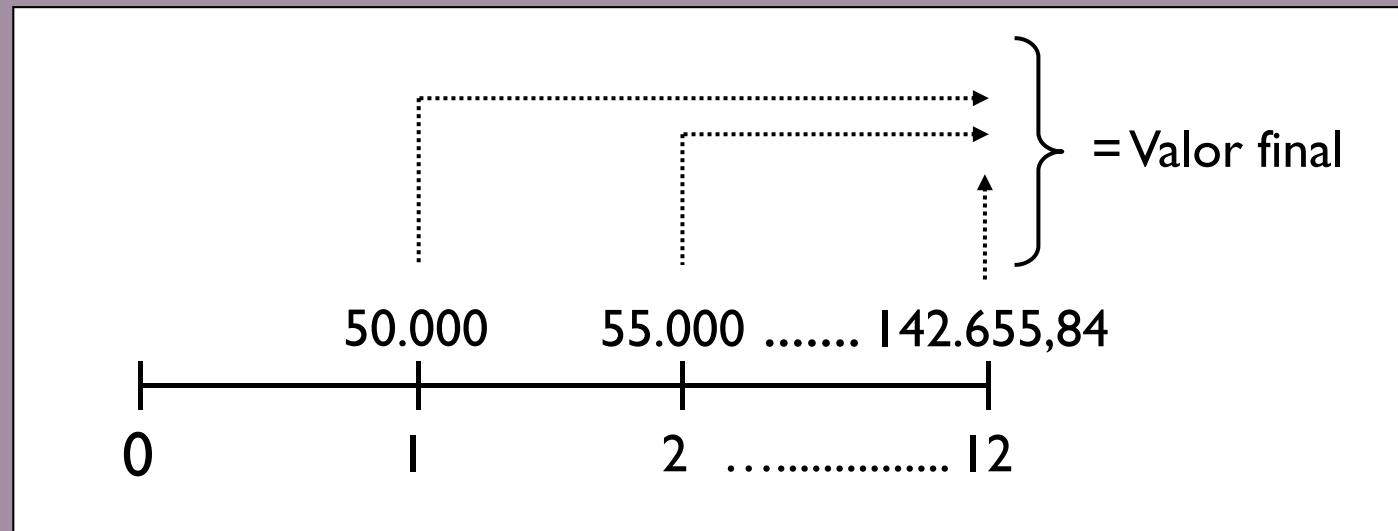
TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables

Ejemplo 2:

Calcular el valor final de una renta anual, con una duración de 12 años, si su primer término es 50.000 euros, se incrementa acumulativamente un 10% y el tipo de interés es el 1,5%.



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

a) Rentas temporales, inmediatas y pospagables

Ejemplo 2:

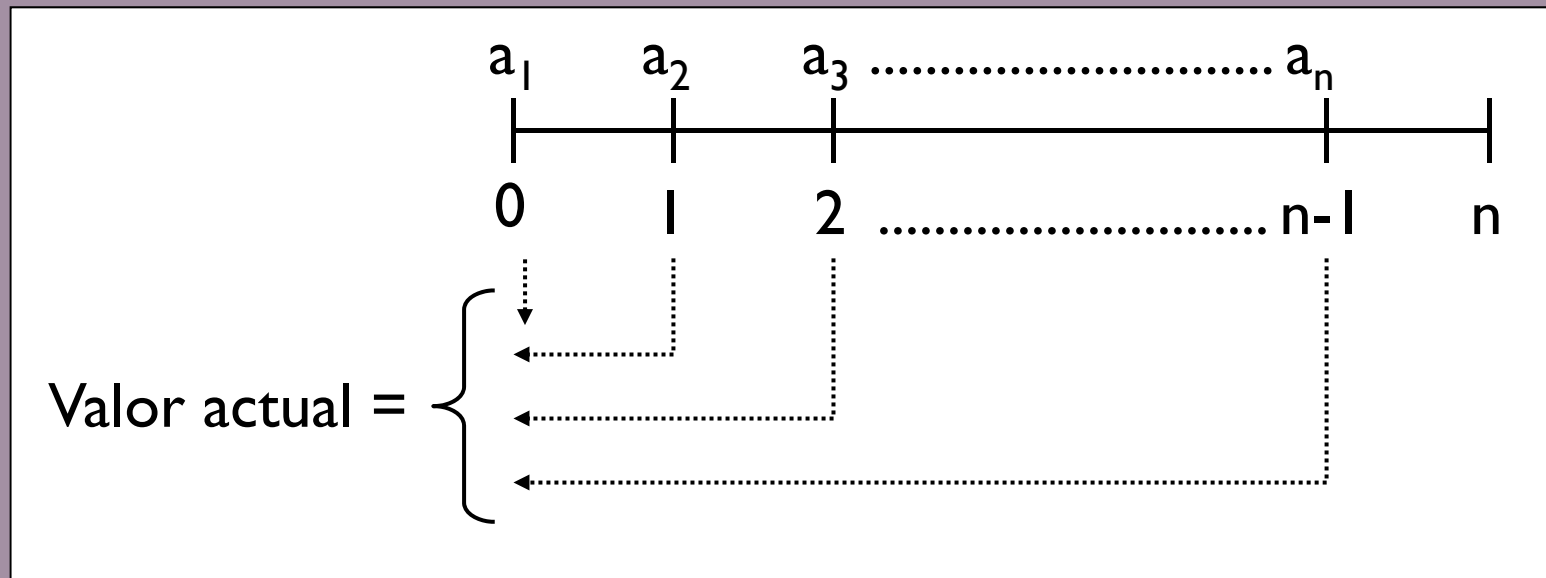
Calcular el valor final de una renta anual, con una duración de 12 años, si su primer término es 50.000 euros, se incrementa acumulativamente un 10% y el tipo de interés es el 1,5%.

$$\begin{aligned} S_{(a_1, q) \overline{n}|i} &= S_{(50.000; 1,10) \overline{12}|0,015} = a_1 \cdot \left(\frac{(1+i)^n - q^n}{1+i-q} \right) = \\ &= 50.000 \cdot \left(\frac{(1+0,015)^{12} - 1,10^{12}}{1+0,015-1,10} \right) = 1.142.829,53 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

b) Rentas temporales, inmediatas y prepagables

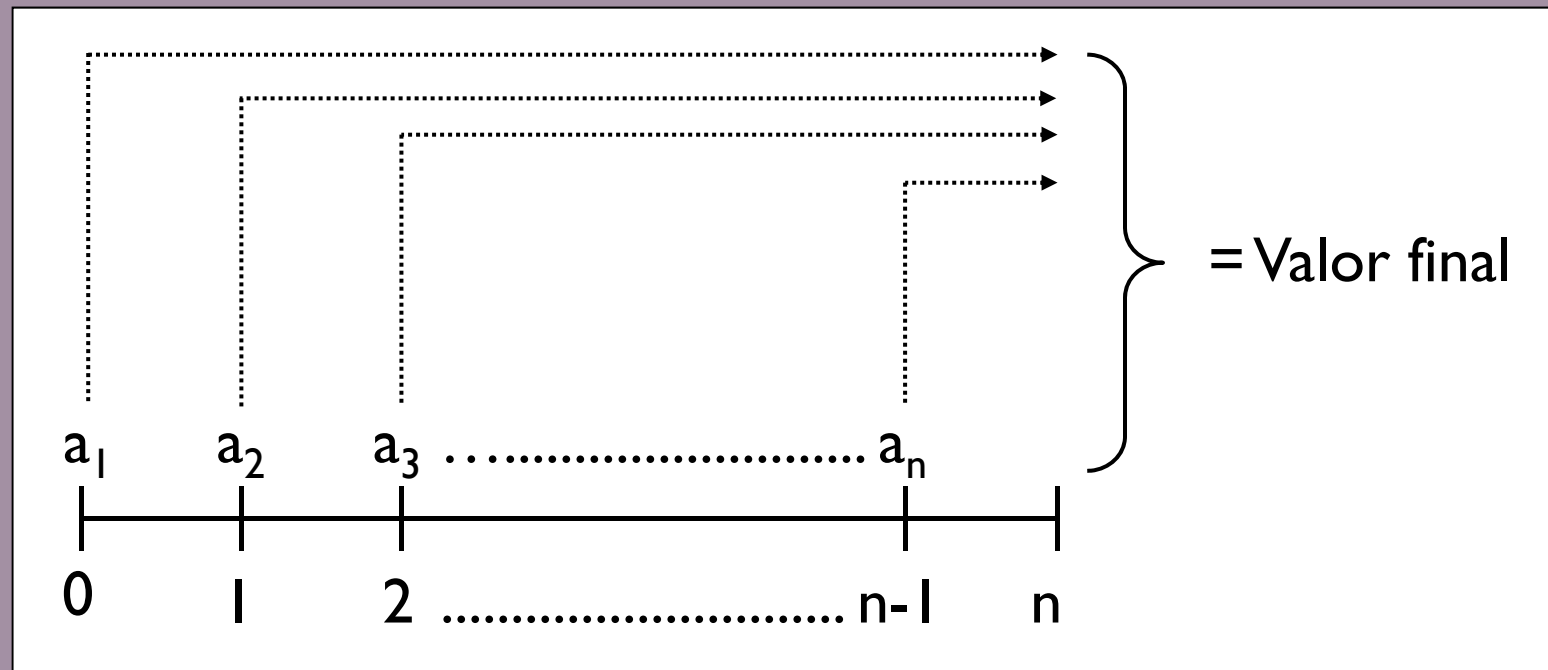


$$\ddot{A}_{(a_1, q) \overline{n}|i} = A_{(a_1, q) \overline{n}|i} \cdot (1 + i) = a_1 \cdot \left(\frac{1 - q^n \cdot (1 + i)^{-n}}{1 + i - q} \right) \cdot (1 + i)$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

b) Rentas temporales, inmediatas y prepagables



$$\ddot{S}_{(a_1, q) \overline{n}|i} = S_{(a_1, q) \overline{n}|i} \cdot (1 + i) = a_1 \cdot \left(\frac{(1 + i)^n - q^n}{1 + i - q} \right) \cdot (1 + i)$$

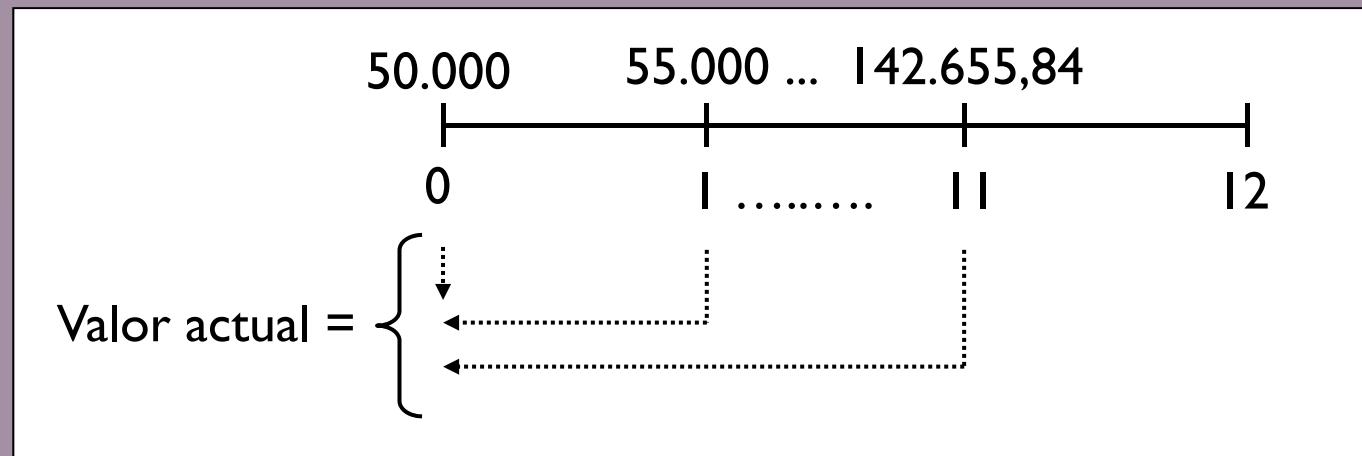
TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

b) Rentas temporales, inmediatas y prepagables

Ejemplo 3:

Calcular el valor actual de una renta anual, prepagable y con una duración de 12 años, si su primer término es 50.000 euros, se incrementa acumulativamente un 10% y el tipo de interés es el 1,5%.



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

b) Rentas temporales, inmediatas y prepagables

Ejemplo 3:

Calcular el valor actual de una renta anual, prepagable y con una duración de 12 años, si su primer término es 50.000 euros, se incrementa acumulativamente un 10% y el tipo de interés es el 1,5%.

$$\begin{aligned}\ddot{A}_{(a_1,q)\overline{n}|i} &= A_{(50.000;1,10)\overline{12}|0,015} \cdot (1 + 0,015) = \\ &= 50.000 \cdot \left(\frac{1 - 1,10^{12} \cdot (1 + 0,015)^{-12}}{1 + 0,015 - 1,10} \right) \cdot (1 + 0,015) = \\ &= 970.185,97 \text{ €}\end{aligned}$$

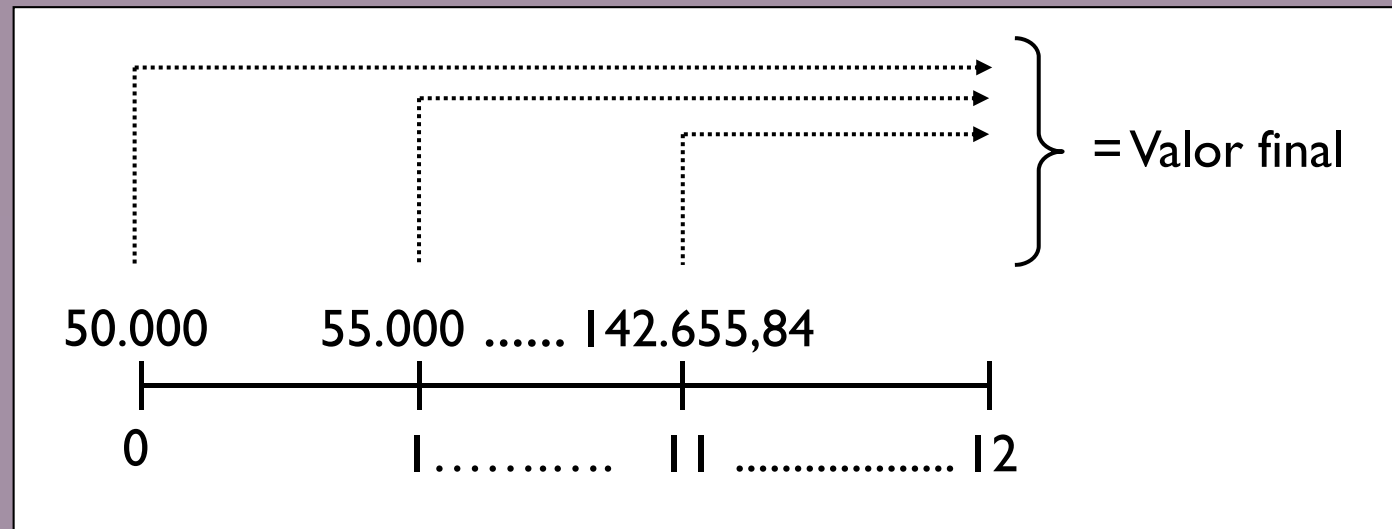
TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

b) Rentas temporales, inmediatas y prepagables

Ejemplo 4:

Calcular el valor final de una renta anual, prepagable y con una duración de 12 años, si su primer término es 50.000 euros, se incrementa acumulativamente un 10% y el tipo de interés es el 1,5%.



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

b) Rentas temporales, inmediatas y prepagables

Ejemplo 4:

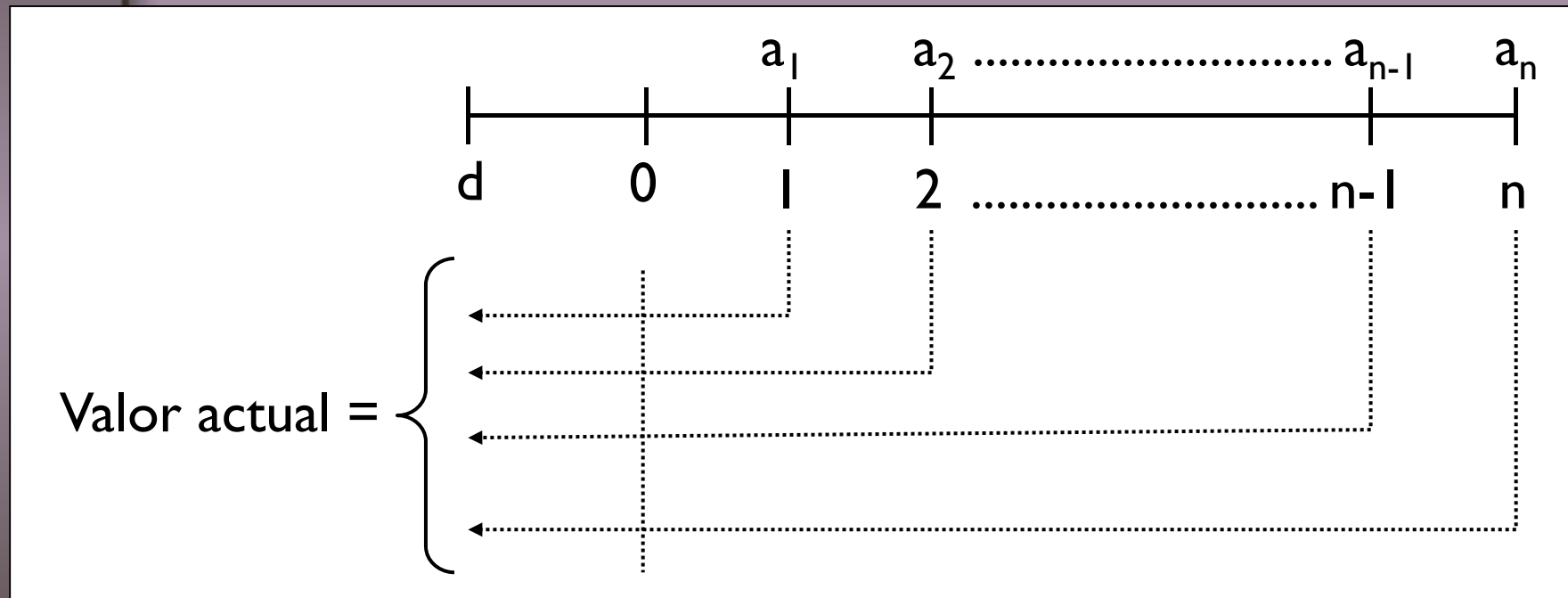
Calcular el valor final de una renta anual, prepagable y con una duración de 12 años, si su primer término es 50.000 euros, se incrementa acumulativamente un 10% y el tipo de interés es el 1,5%.

$$\begin{aligned}\ddot{S}_{(a_1,q)\overline{n}|i} &= S_{(50.000;1,10)\overline{12}|0,015} \cdot (1 + 0,015) = \\ &= 50.000 \cdot \left(\frac{(1 + 0,015)^{12} - 1,10^{12}}{1 + 0,015 - 1,10} \right) \cdot (1 + 0,015) = \\ &= 1.159.971,98 \text{ €}\end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

c) Rentas temporales, diferidas y pospagables

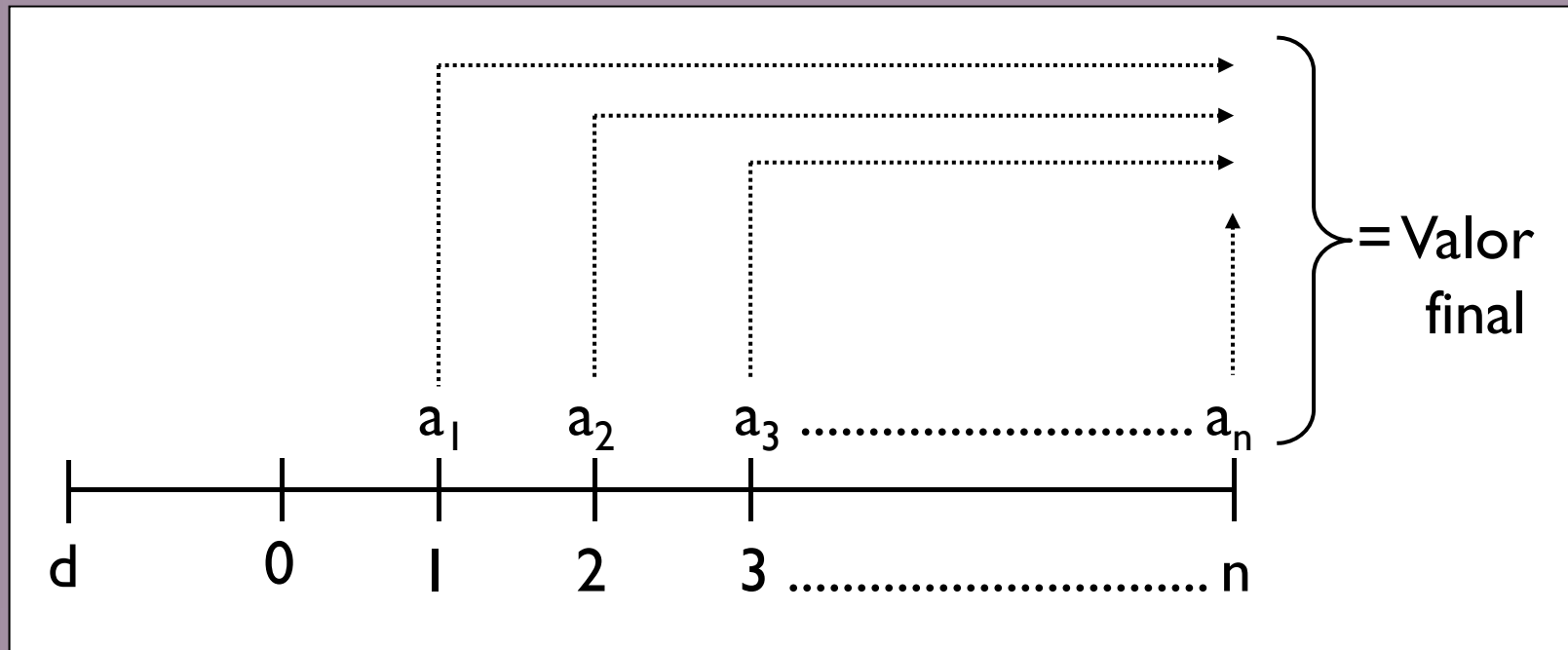


$$d / A_{(a_1, q) \overline{n} | i} = a_1 \cdot \left(\frac{1 - q^n \cdot (1 + i)^{-n}}{1 + i - q} \right) \cdot (1 + i)^{-d}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

c) Rentas temporales, diferidas y pospagables



$$d / S_{(a_1, q) \overline{n}|i} = S_{(a_1, q) \overline{n}|i} = a_1 \cdot \frac{(1+i)^n - q^n}{1+i-q}$$

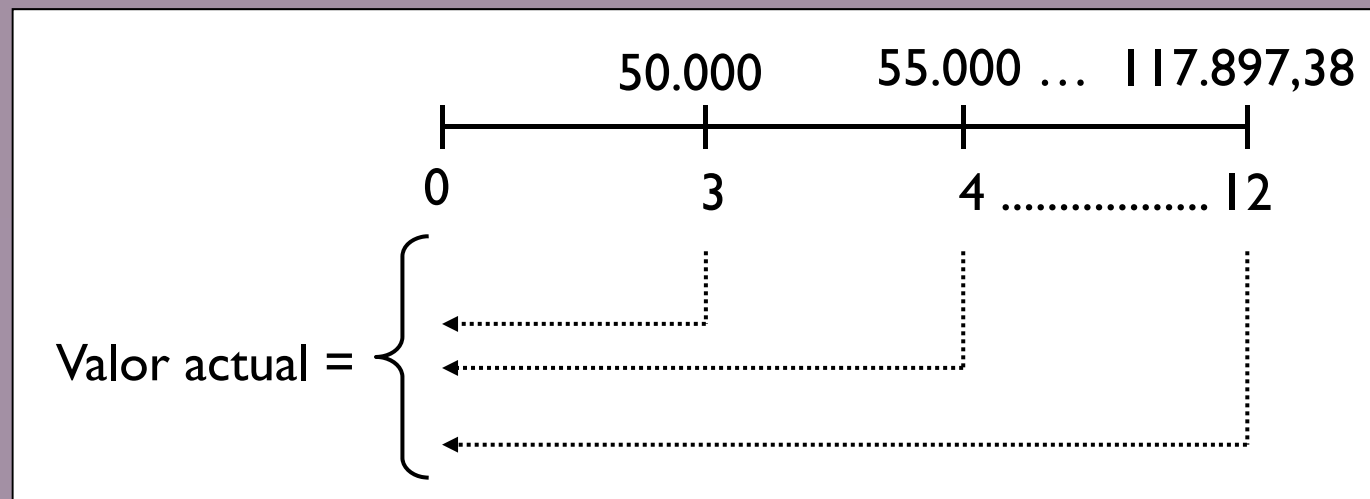
TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

c) Rentas temporales, diferidas y pospagables

Ejemplo 5:

Calcular el valor actual de una renta anual, si su primer término comienza a ser efectivo a los tres años, su cuantía es de 50.000 euros, se incrementa acumulativamente un 10%, su duración es de 12 años y el tipo de interés el 1,5%.



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

c) Rentas temporales, diferidas y pospagables

Ejemplo 5:

Calcular el valor actual de una renta anual, si su primer término comienza a ser efectivo a los tres años, su cuantía es de 50.000 euros, se incrementa acumulativamente un 10%, su duración es de 12 años y el tipo de interés el 1,5%.

$$\begin{aligned}d / A_{(a_1, q) \overline{n}|i} &= A_{(a_1, q) \overline{n}|i} \cdot (1 + i)^{-d} = A_{(50.000; 1,10) \overline{10}|0,015} \cdot (1 + 0,015)^{-2} = \\ &= 50.000 \cdot \left(\frac{1 - 1,10^{10} \cdot (1 + 0,015)^{-10}}{1 + 0,015 - 1,10} \right) \cdot (1 + 0,015)^{-2} = \\ &= 705.124,60 \text{ €}\end{aligned}$$

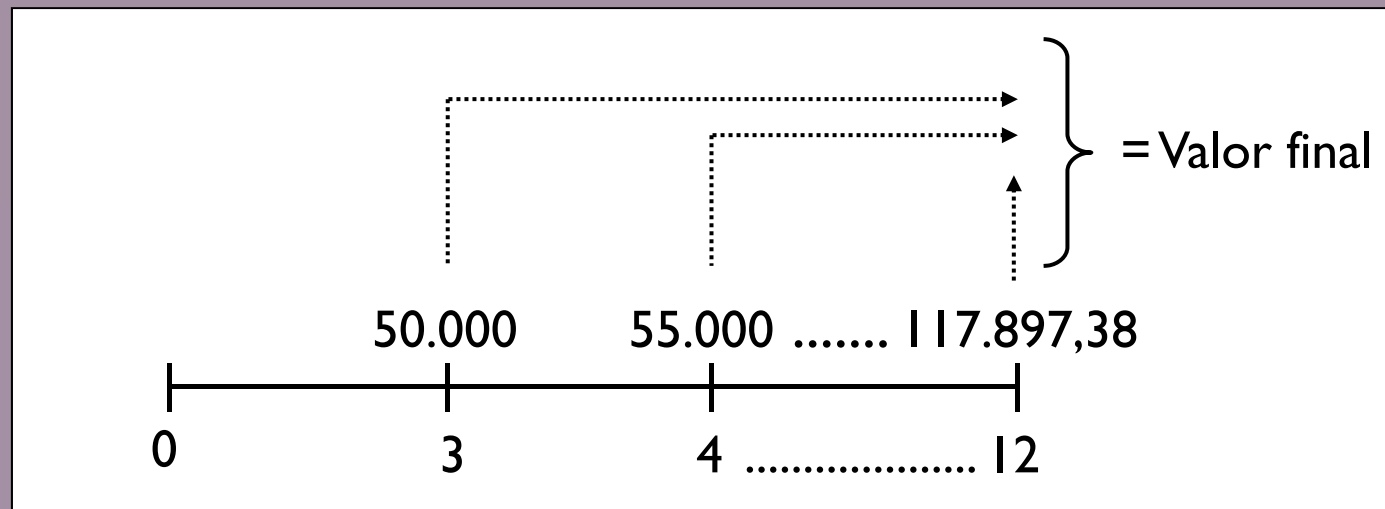
TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

c) Rentas temporales, diferidas y pospagables

Ejemplo 6:

Calcular el valor final de una renta anual, si su primer término comienza a ser efectivo a los tres años, su cuantía es de 50.000 euros, se incrementa acumulativamente un 10%, su duración es de 12 años y el tipo de interés el 1,5%.



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

c) Rentas temporales, diferidas y pospagables

Ejemplo 6:

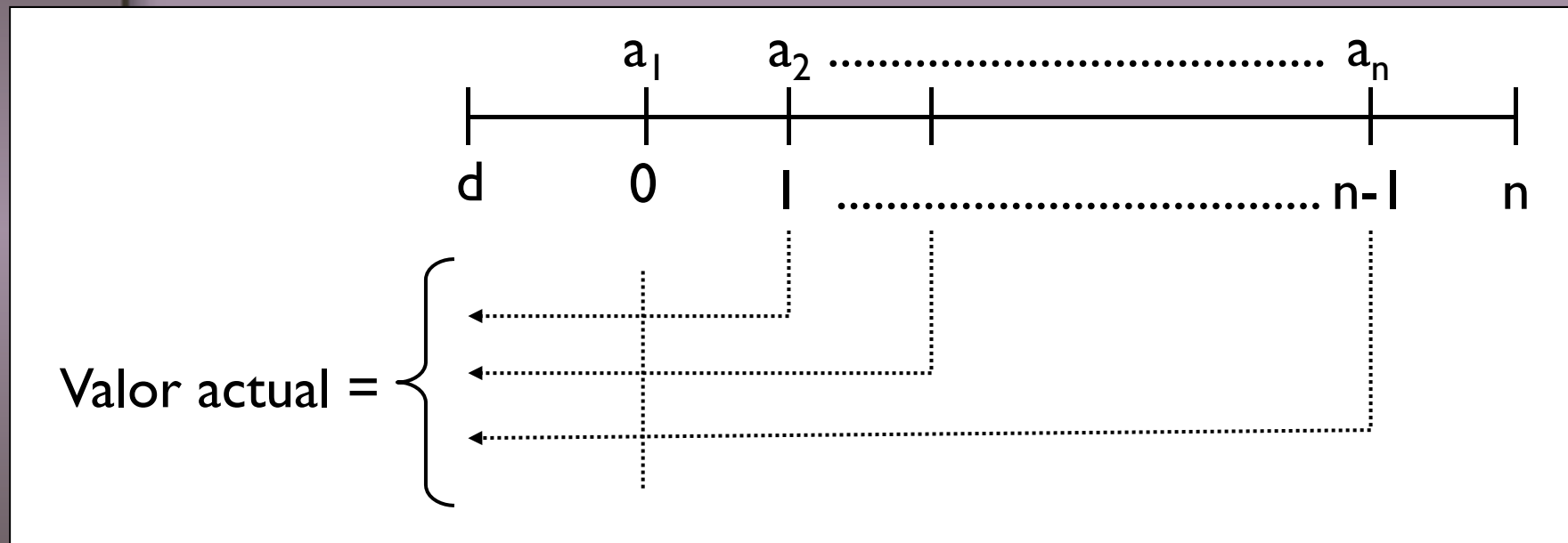
Calcular el valor final de una renta anual, si su primer término comienza a ser efectivo a los tres años, su cuantía es de 50.000 euros, se incrementa acumulativamente un 10%, su duración es de 12 años y el tipo de interés el 1,5%.

$$\begin{aligned} 2 / S_{(a_1, q) \overline{n} | i} &= S_{(50.000; 1,10) \overline{10} | 0,015} = a_1 \cdot \left(\frac{(1+i)^n - q^n}{1+i-q} \right) = \\ &= 50.000 \cdot \left(\frac{(1+0,015)^{10} - 1,10^{10}}{1+0,015-1,10} \right) = 843.059,79 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

d) Rentas temporales, diferidas y prepagables

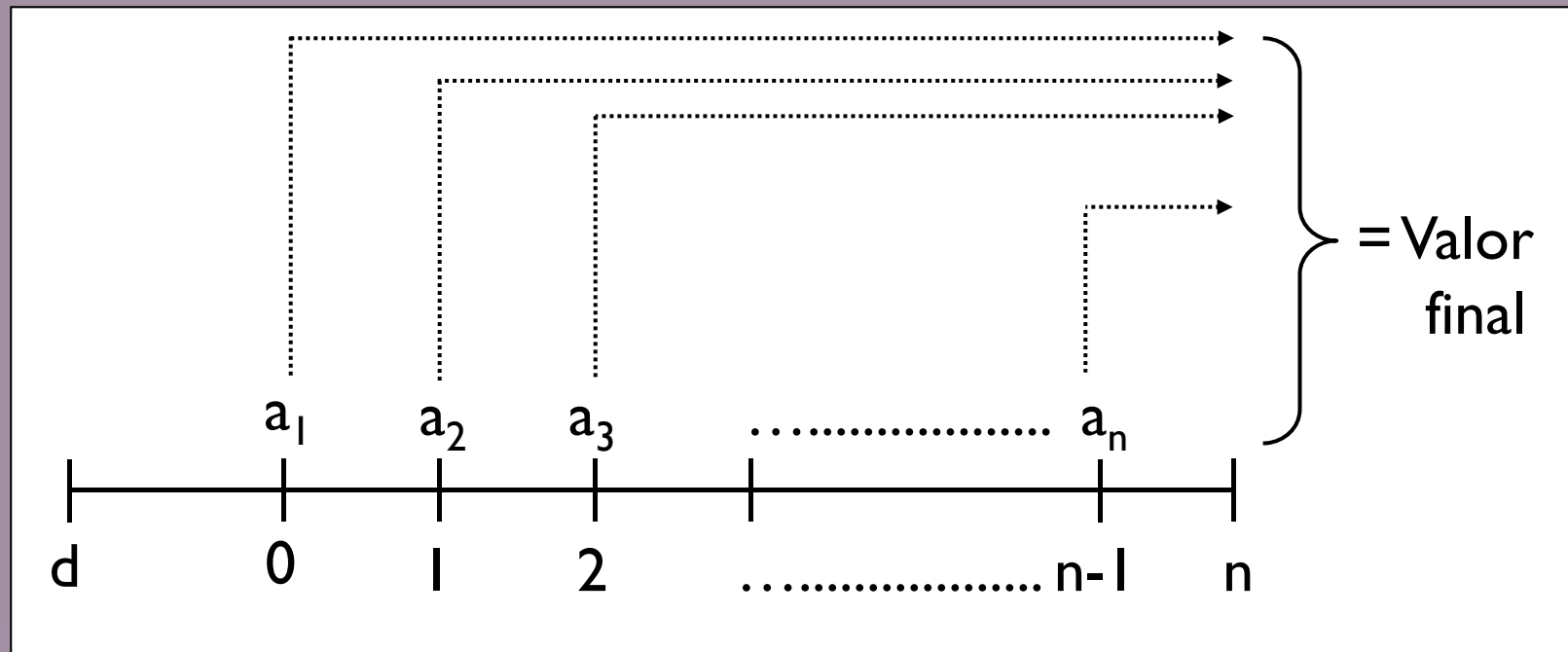


$$d / \ddot{A}_{(a_1, q)_{\overline{n}|i}} = \ddot{A}_{(a_1, d)_{\overline{n}|i}} \cdot (1+i)^{-d} = a_1 \cdot \left(\frac{1 - q^n \cdot (1+i)^{-n}}{1+i-q} \right) \cdot (1+i) \cdot (1+i)^{-d}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

d) Rentas temporales, diferidas y prepagables



$$d / \ddot{S}_{(a_1, d)_{\overline{n}|i}} = \ddot{S}_{(a_1, d)_{\overline{n}|i}} = a_1 \cdot \frac{(1+i)^n - q^n}{1+i-q} \cdot (1+i)$$

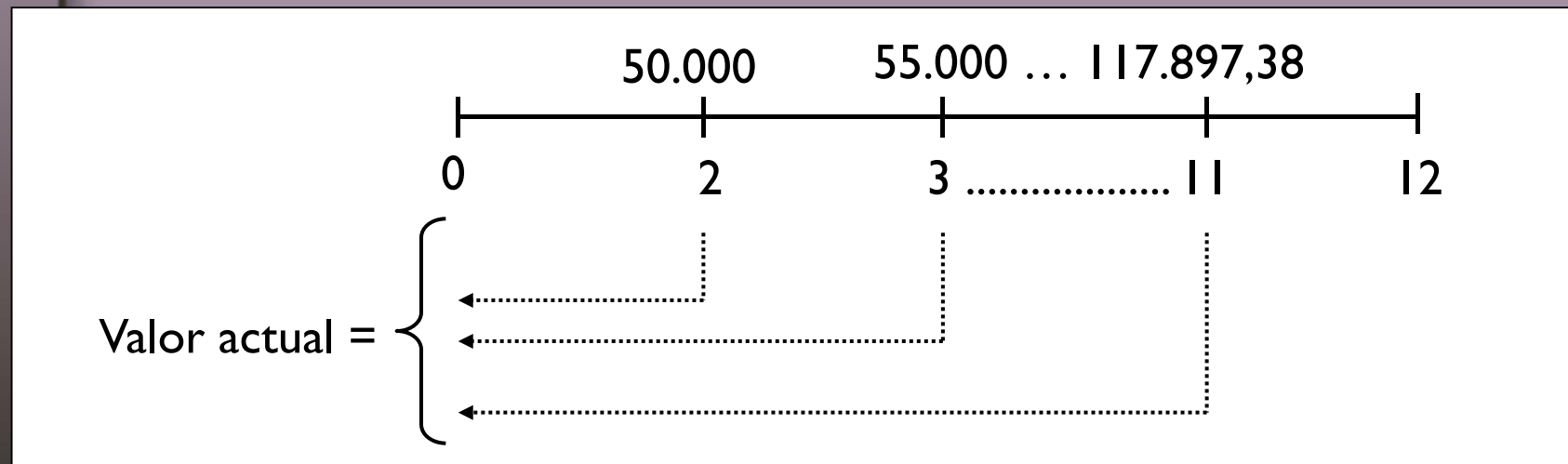
TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

d) Rentas temporales, diferidas y prepagables

Ejemplo 7:

Calcular el valor actual de una renta anual, prepagable, si su primer término comienza a ser efectivo a los tres años, su cuantía es de 50.000 euros, se incrementa acumulativamente un 10%, su duración es de 12 años y el tipo de interés el 1,5%.



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

d) Rentas temporales, diferidas y prepagables

Ejemplo 7:

Calcular el valor actual de una renta anual, prepagable, si su primer término comienza a ser efectivo a los tres años, su cuantía es de 50.000 euros, se incrementa acumulativamente un 10%, su duración es de 12 años y el tipo de interés el 1,5%.

$$\begin{aligned} d / \ddot{A}_{(a_1,q) \overline{n}|i} &= \ddot{A}_{(a_1,q) \overline{n}|i} \cdot (1+i)^{-d} = 2 / \ddot{A}_{(50.000;1,10) \overline{10}|0,015} = \\ &= 50.000 \cdot \left(\frac{1 - 1,10^{10} \cdot (1 + 0,015)^{-10}}{1 + 0,015 - 1,1} \right) \cdot (1 + 0,015) \cdot (1 + 0,015)^{-2} = \\ &= 715.701,47 \text{ €} \end{aligned}$$

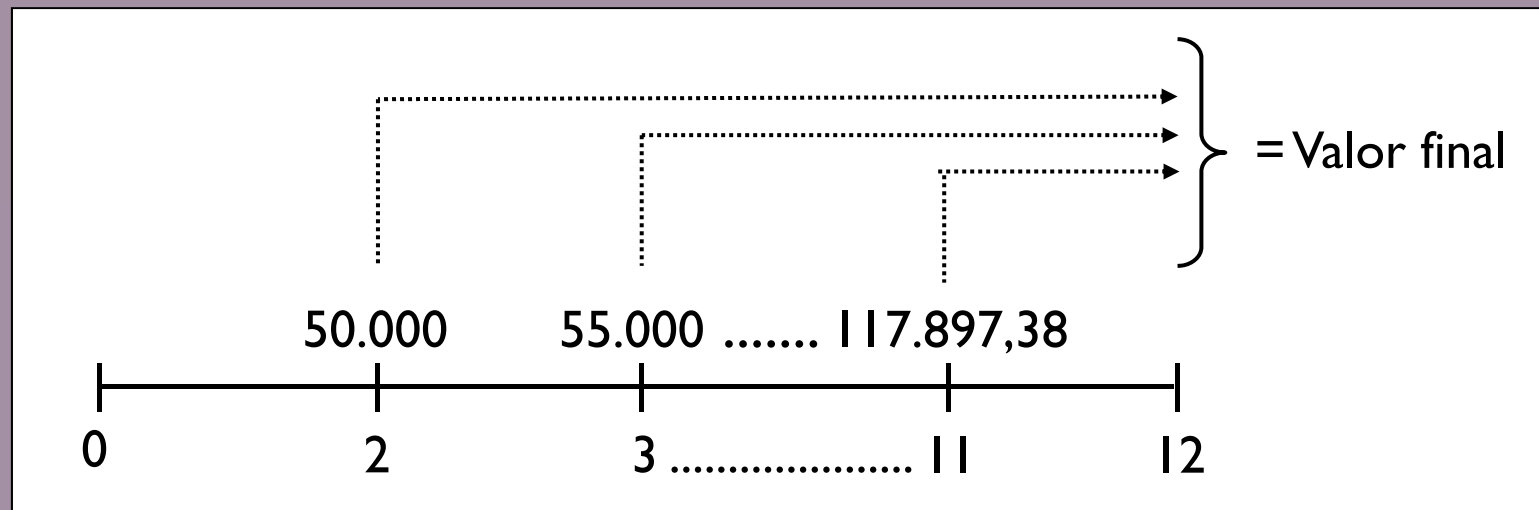
TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

d) Rentas temporales, diferidas y prepagables

Ejemplo 8:

Calcular el valor final de una renta anual, prepagable, si su primer término comienza a ser efectivo a los tres años, su cuantía es de 50.000 euros, se incrementa acumulativamente un 10%, su duración es de 12 años y el tipo de interés el 1,5%.



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

d) Rentas temporales, diferidas y prepagables

Ejemplo 8:

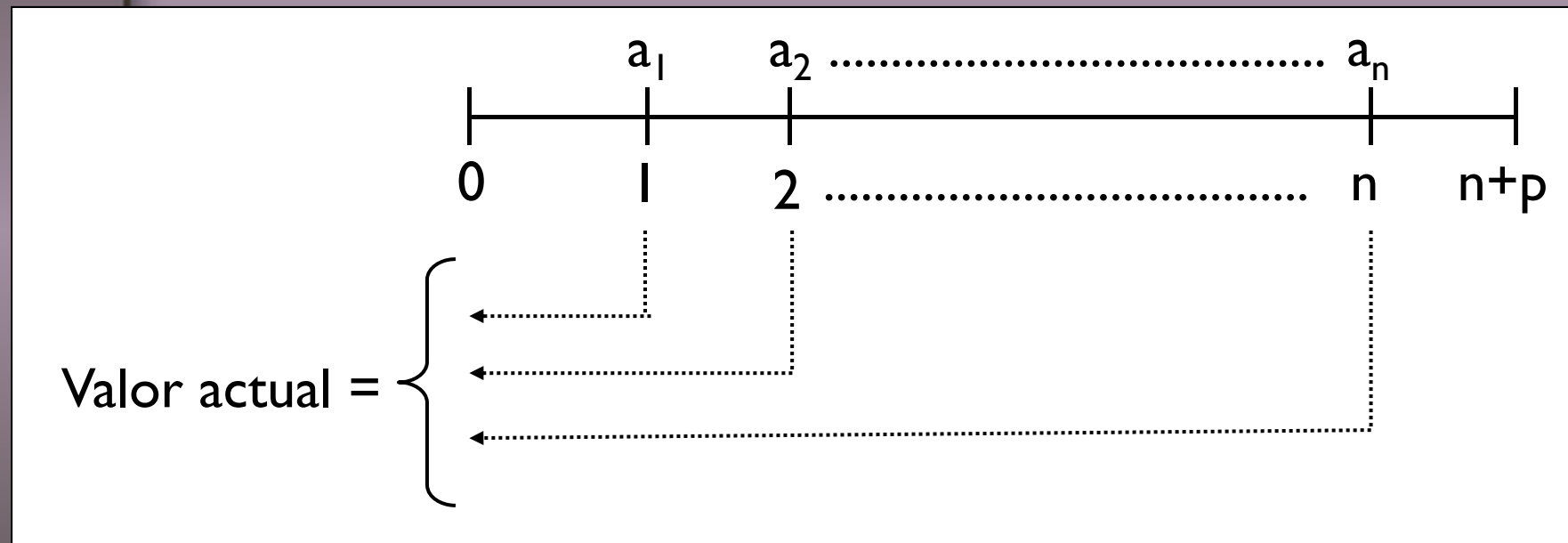
Calcular el valor final de una renta anual, prepagable, si su primer término comienza a ser efectivo a los tres años, su cuantía es de 50.000 euros, se incrementa acumulativamente un 10%, su duración es de 12 años y el tipo de interés el 1,5%.

$$\begin{aligned} d / \ddot{S}_{(a_1, q) \overline{n}|i} &= \ddot{S}_{(a_1, q) \overline{n}|i} = 2 / \ddot{S}_{(50.000; 1,10) \overline{10}|0,015} = \ddot{S}_{(50.000; 1,10) \overline{10}|0,015} = \\ &= 50.000 \cdot \left(\frac{(1 + 0,015)^{10} - 1,10^{10}}{1 + 0,015 - 1,10} \right) \cdot (1 + 0,015) = \\ &= 855.705,69 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

e) Rentas temporales, anticipadas y pospagables

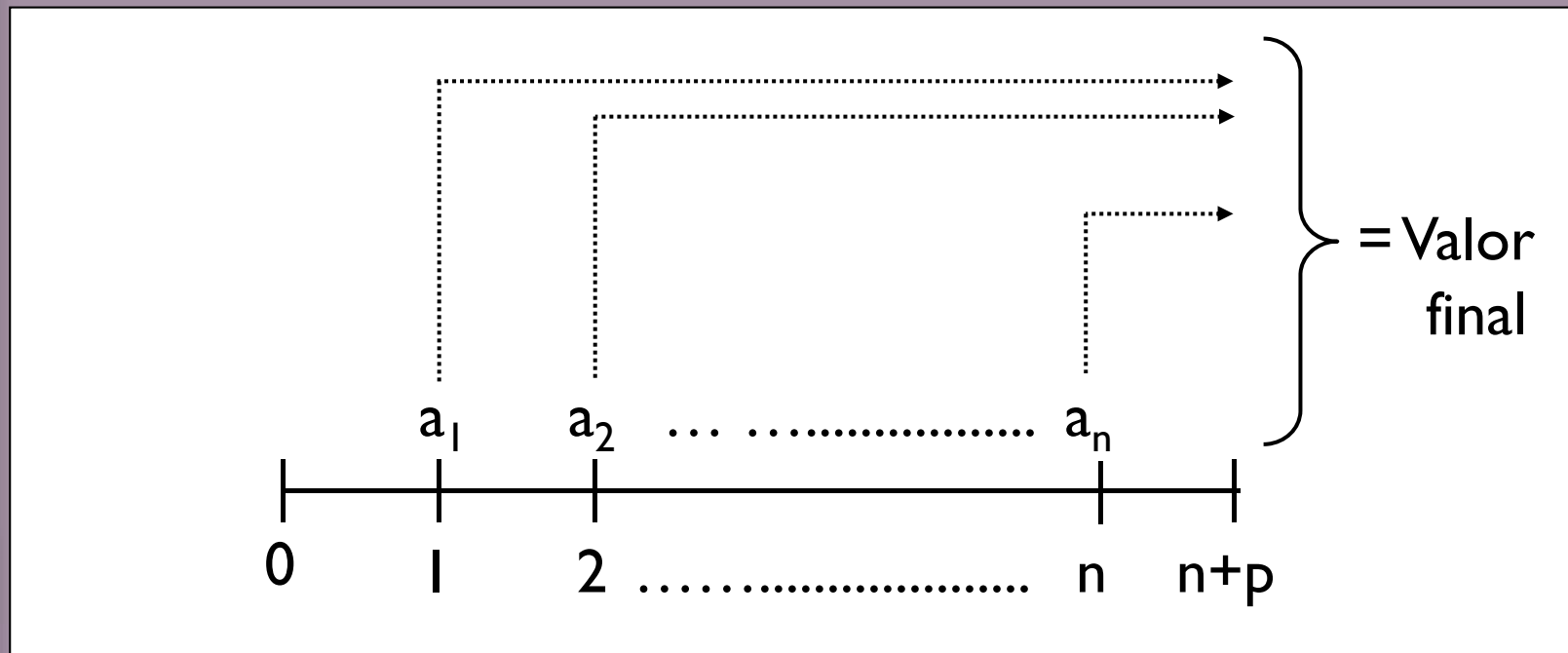


$$p / \mathbf{A}_{(a_1, q) \overline{n}|i} = \mathbf{A}_{(a_1, q) \overline{n}|i} = a_1 \cdot \left(\frac{1 - q^n \cdot (1+i)^{-n}}{1+i-q} \right)$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

e) Rentas temporales, anticipadas y pospagables



$$\mathbf{p / S_{(a_1, q) \overline{n}|i} = S_{(a_1, q) \overline{n}|i} \cdot (1 + i)^p = a_1 \cdot \left(\frac{(1 + i)^n - q^n}{1 + i - q} \right) \cdot (1 + i)^p}$$

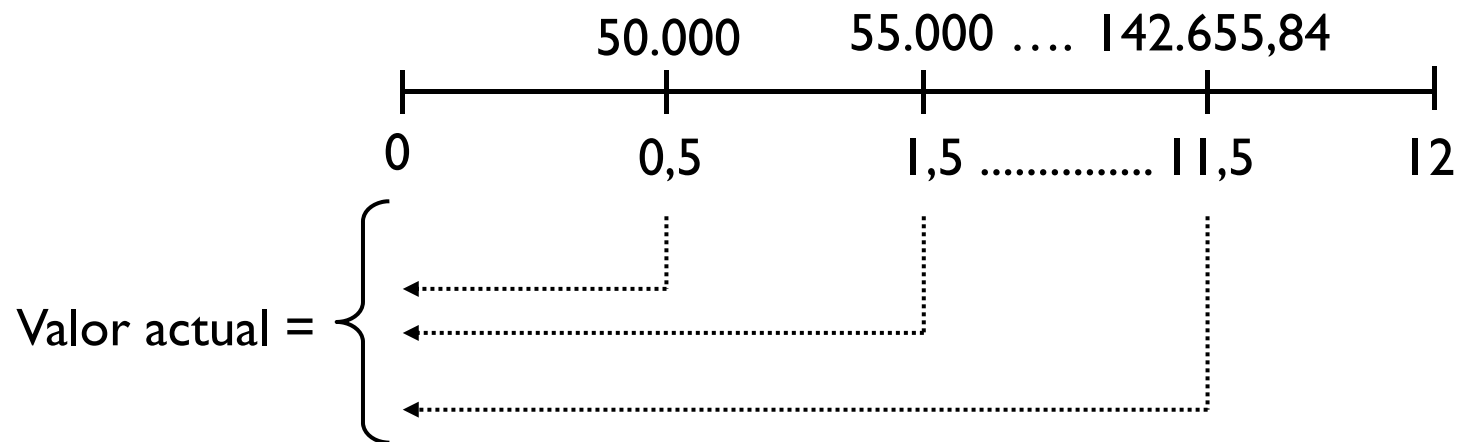
TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

e) Rentas temporales, anticipadas y pospagables

Ejemplo 9:

Calcular el valor actual de una renta anual, si su primer término comienza a ser efectivo a los seis meses y su cuantía es de 50.000 euros, se incrementa acumulativamente un 10%, su duración es de 12 años y el tipo de interés el 1,5%.



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

e) Rentas temporales, anticipadas y pospagables

Ejemplo 9:

Calcular el valor actual de una renta anual, si su primer término comienza a ser efectivo a los seis meses y su cuantía es de 50.000 euros, se incrementa acumulativamente un 10%, su duración es de 12 años y el tipo de interés el 1,5%.

$$\begin{aligned} p / A_{(a_1, d) \overline{n}|i} &= 0,5 / A_{(50.000; 1,10) \overline{12}|0,015} = A_{(50.000; 1,10) \overline{12}|0,015} \cdot (1 + 0,015)^{0,5} = \\ &= 50.000 \cdot \left(\frac{1 - (1,10)^{12} \cdot (1 + 0,015)^{-12}}{1 + 0,015 - 1,10} \right) \cdot (1 + 0,015)^{0,5} = \\ &= 962.990,42 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

e) Rentas temporales, anticipadas y pospagables

Ejemplo 10:

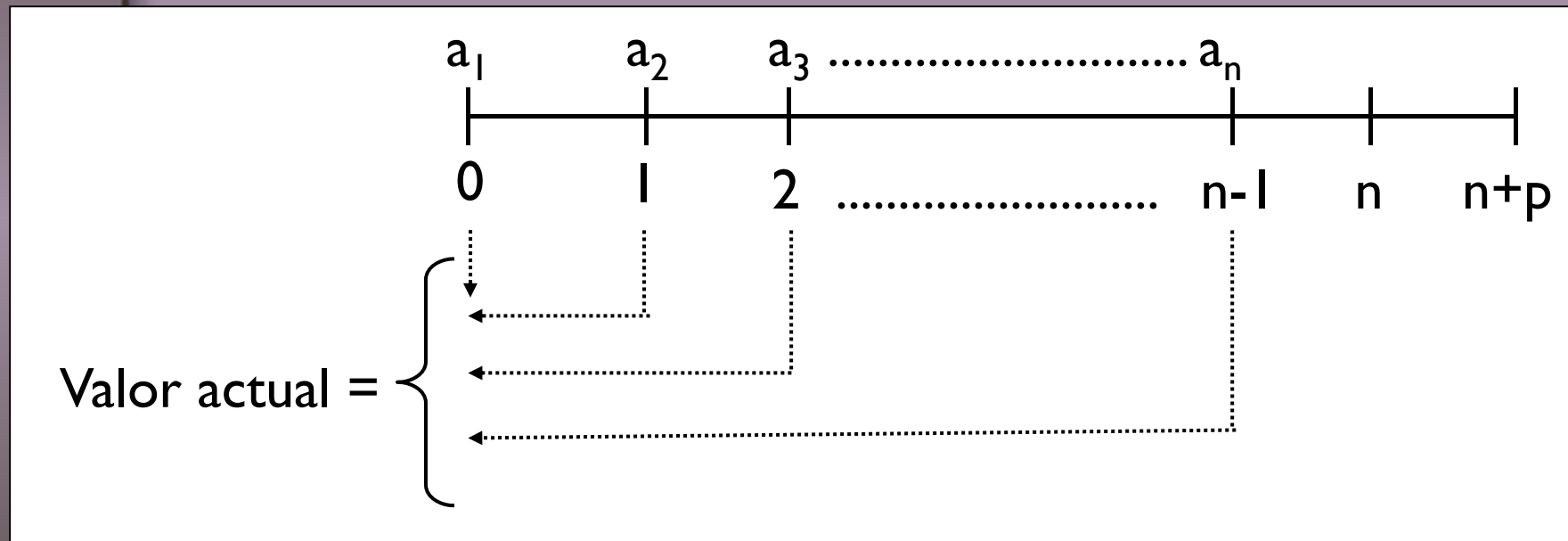
Calcular el valor final de una renta anual, si su primer término comienza a ser efectivo a los seis meses y su cuantía es de 50.000 euros, se incrementa acumulativamente un 10%, su duración es de 12 años y el tipo de interés el 1,5%.

$$\begin{aligned} d / S_{(a_1, d) \overline{n}|i} &= 0,5 / S_{(50.000, 1.000) \overline{12}|0,015} = S_{(50.000, 1.000) \overline{12}|0,015} \cdot (1 + 0,015)^{0,5} = \\ &= 50.000 \cdot \left(\frac{(1 + 0,015)^{12} - 1,1^{10}}{1 + 0,015 - 1,10} \right) \cdot (1 + 0,015)^{0,5} = \\ &= 1.151.368,85 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

f) Rentas temporales, anticipadas y prepagables

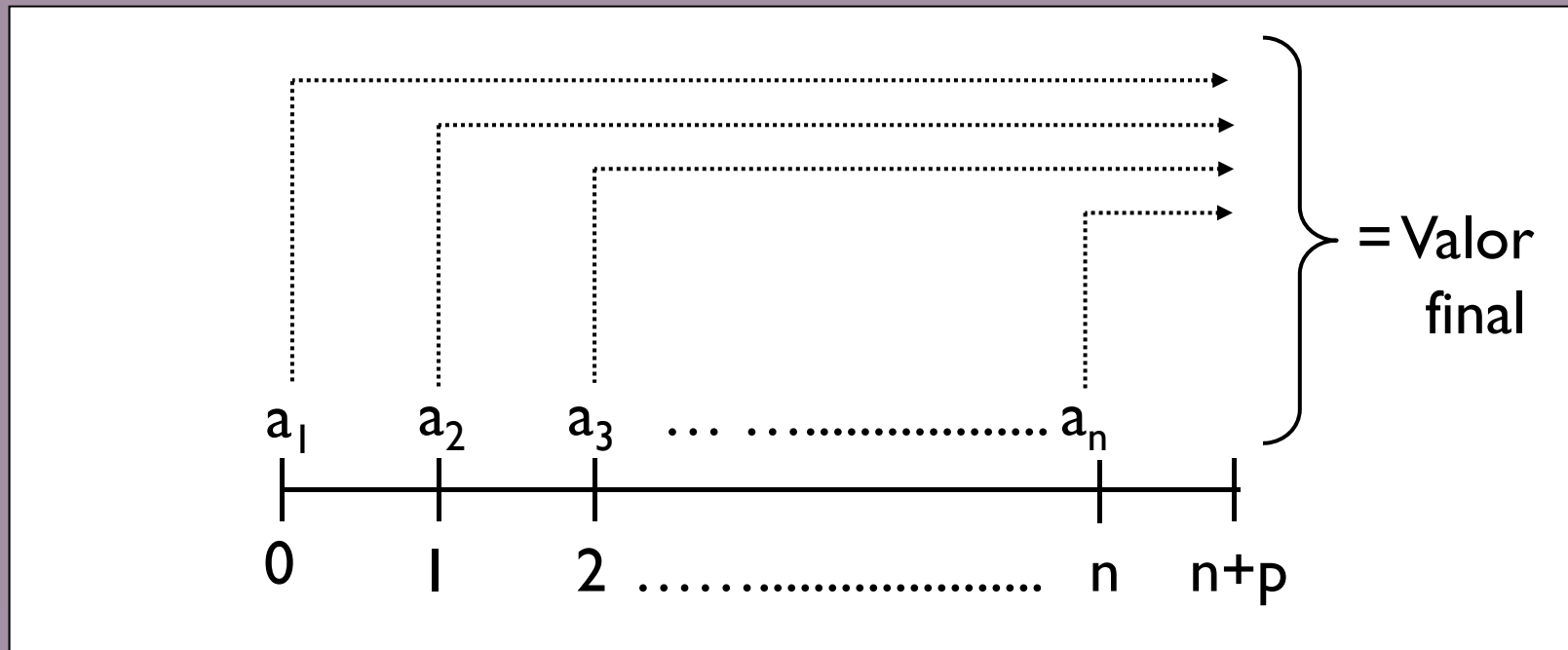


$$p / \ddot{A}_{(a_1, q)_{\overline{n}|i}} = \ddot{A}_{(a_1, q)_{\overline{n}|i}} = a_1 \cdot \left(\frac{1 - q^n \cdot (1+i)^{-n}}{1+i-q} \right) \cdot (1+i)$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

f) Rentas temporales, anticipadas y prepagables



$$p / \ddot{S}_{(a_1, q)_{\overline{n}|i}} = \ddot{S}_{(a_1, q)_{\overline{n}|i}} \cdot (1+i)^p = a_1 \cdot \left(\frac{(1+i)^n - q^n}{1+i-q} \right) \cdot (1+i) \cdot (1+i)^p$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

f) Rentas temporales, anticipadas y prepagables

Ejemplo 11:

Calcular el valor actual de una renta anual de 10 términos, prepagable, anticipada seis meses, si su primer término es de cuantía 50.000 euros, se incrementa acumulativamente un 10% y el tipo de interés es el 1,5%.

$$\begin{aligned} p / \ddot{A}_{(a_1, q) \overline{n}|i} &= \ddot{A}_{(a_1, q) \overline{n}|i} = \ddot{A}_{(50.000; 1,10) \overline{10}|0,015} = \\ &= 50.000 \cdot \left(\frac{1 - (1,10)^{10} \cdot (1 + 0,015)^{-10}}{1 + 0,015 - 1,10} \right) \cdot (1 + 0,015) = \\ &= 737.333,55 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

f) Rentas temporales, anticipadas y prepagables

Ejemplo 12:

Calcular el valor final de una renta anual de 10 términos, prepagable, anticipada seis meses, si su primer término es de cuantía 50.000 euros, se incrementa acumulativamente un 10% y el tipo de interés es el 1,5%.

$$\begin{aligned} p / \ddot{S}_{(a_1, q) \overline{n}|i} &= \ddot{S}_{(a_1, q) \overline{n}|i} \cdot (1+i)^p = 0,5 / \ddot{S}_{(50.000; 1,10) \overline{10}|0,015} = \\ &= \ddot{S}_{(50.000; 1,10) \overline{10}|0,015} \cdot (1+0,015)^{0,5} = \\ &= 50.000 \cdot \left(\frac{(1+0,015)^{10} - (1,10)^{10}}{1+0,015 - 1,10} \right) \cdot (1+0,015)^{1,5} = 862.099,59 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

g) Rentas temporales y fraccionadas

$$A_{(a_1, q) \overline{n}|i}^{(m)} = \frac{i}{J_{(m)}} \cdot A_{(a_1, q) \overline{n}|i}$$

$$\ddot{A}_{(a_1, q) \overline{n}|i}^{(m)} = \frac{i}{J_{(m)}} \cdot A_{(a_1, q) \overline{n}|i} \cdot (1 + i_m)$$

$$S_{(a_1, q) \overline{n}|i}^{(m)} = \frac{i}{J_{(m)}} \cdot S_{(a_1, q) \overline{n}|i}$$

$$\ddot{S}_{(a_1, q) \overline{n}|i}^{(m)} = \frac{i}{J_{(m)}} \cdot S_{(a_1, q) \overline{n}|i} \cdot (1 + i_m)$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

g) Rentas temporales y fraccionadas

Ejemplo 13:

Calcular el valor actual de una renta mensual de 10 años, si los términos del primer año son de cuantía 5.000 euros, se incrementa acumulativamente un 10% y el tipo de interés es el 1,5%.

$$1 + i = \left(1 + \frac{J_{(12)}}{12} \right)^{12} \Rightarrow 1 + 0,015 = \left(1 + \frac{J_{(12)}}{12} \right)^{12}$$

$$J_{(12)} = \left[(1 + 0,015)^{\frac{1}{12}} - 1 \right] \cdot 12 = 0,014897853$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

g) Rentas temporales y fraccionadas

Ejemplo 13:

Calcular el valor actual de una renta mensual de 10 años, si los términos del primer año son de cuantía 5.000 euros, se incrementa acumulativamente un 10% y el tipo de interés es el 1,5%.

$$\begin{aligned} A_{(5.000 \cdot 12; 1,10)_{10|0,015}}^{(12)} &= \frac{0,015}{J_{(12)}} \cdot A_{(60.000; 1,10)_{10|0,015}} = \\ &= \frac{0,015}{0,014897853} \cdot \left[60.000 \cdot \left(\frac{1 - (1 + 0,015)^{-10} \cdot (1,10)^{10}}{1 + 0,015 - 1,10} \right) \right] = \\ &= 877.701,36 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

g) Rentas temporales y fraccionadas

Ejemplo 14:

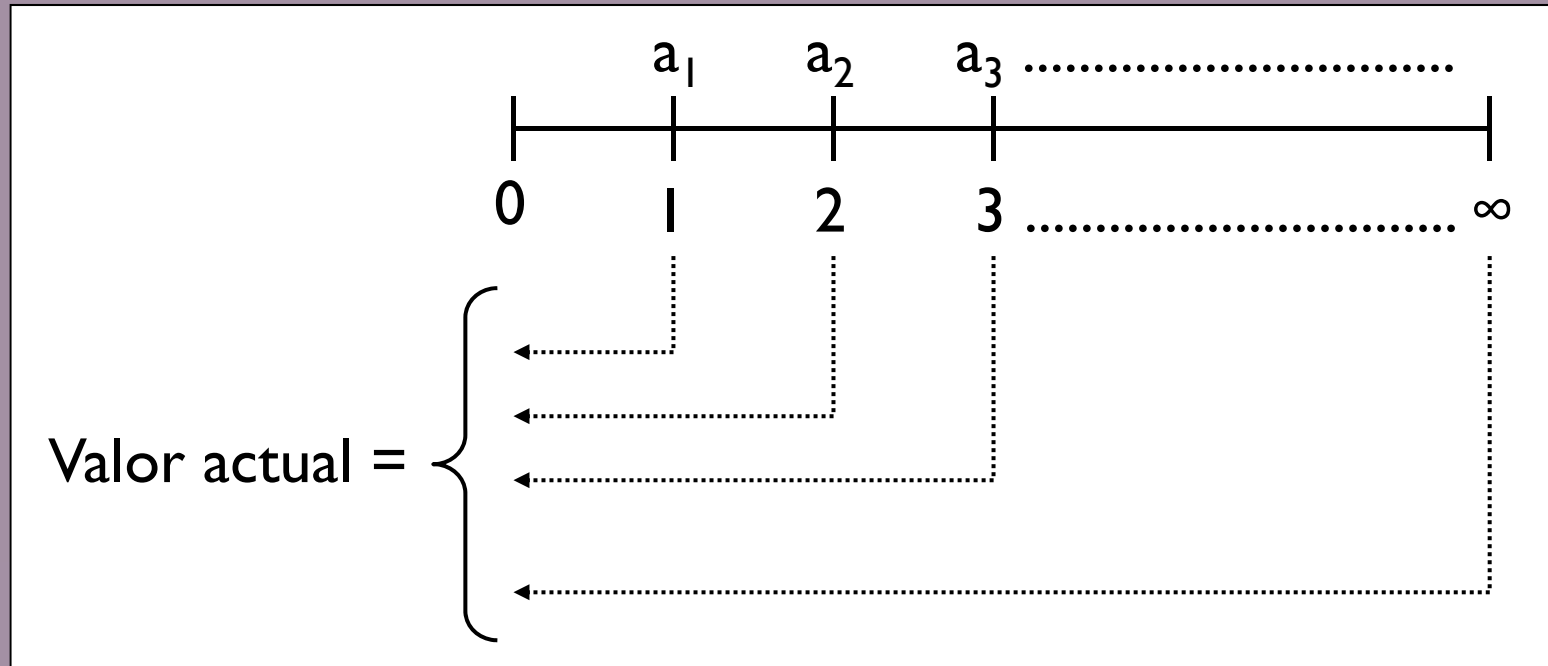
Calcular el valor final de una renta mensual de 10 años, si los términos del primer año son de cuantía 5.000 euros, se incrementa acumulativamente un 10% y el tipo de interés es el 1,5%.

$$\begin{aligned} S_{(5.000 \cdot 12; 1,10)_{10|0,015}}^{(12)} &= \frac{0,015}{J_{(12)}} \cdot S_{(60.000; 1,10)_{10|0,015}} = \\ &= \frac{0,015}{0,014897853} \cdot \left[60.000 \cdot \left(\frac{(1 + 0,015)^{10} - (1,10)^{10}}{1 + 0,015 - 1,10} \right) \right] = \\ &= 1.018.608,26 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

a) Rentas perpetuas, inmediatas y pospagables



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

a) Rentas perpetuas, inmediatas y pospagables

Caso a) $q = 1 + i$

$$\begin{aligned} A_{(a_1, q=1+i) \overline{\infty}|i} &= \lim_{n \rightarrow \infty} A_{(a_1, q=1+i) \overline{n}|i} = \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_1}{1+i} + \frac{a_1 \cdot (1+i)}{(1+i)^2} + \frac{a_1 \cdot (1+i)^2}{(1+i)^3} + \dots + \frac{a_1 \cdot (1+i)^{n-1}}{(1+i)^n} \right) = \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_1}{1+i} \cdot n \right) = +\infty \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

b) Rentas perpetuas, inmediatas y pospagables

Caso b) $q > 1 + i$

$$\begin{aligned} A_{(a_1, q) \overline{\infty} | i} &= \lim_{n \rightarrow \infty} A_{(a_1, q) \overline{n} | i} = \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(a_1 \cdot \frac{1 - \frac{q^n}{(1+i)^n}}{1+i-q} \right) = \infty \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

a) Rentas perpetuas, inmediatas y pospagables

Caso c) $q < 1 + i$

$$\begin{aligned} A_{(a_1, q) \overline{\infty} i} &= \lim_{n \rightarrow \infty} A_{(a_1, q) \overline{n} i} = \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(a_1 \cdot \frac{1 - \frac{q^n}{(1+i)^n}}{1+i-q} \right) = a_1 \cdot \frac{1}{1+i-q} \end{aligned}$$

$$A_{(a_1, q) \overline{\infty} i} = a_1 \cdot \frac{1}{1+i-q}$$

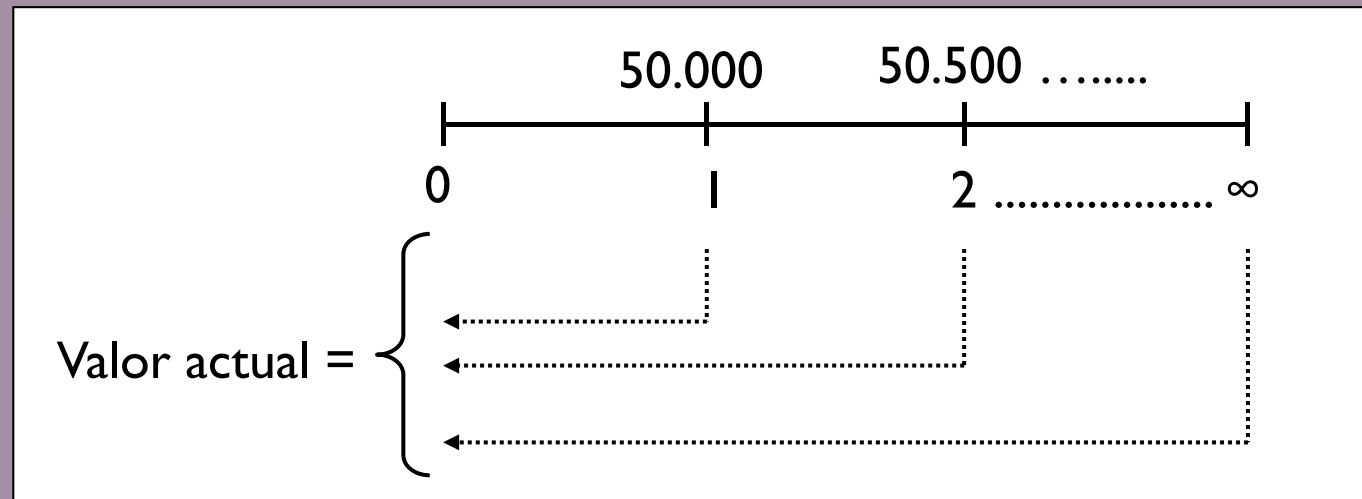
TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

a) Rentas perpetuas, inmediatas y pospagables

Ejemplo I:

Calcular el valor actual de una renta anual y perpetua, si su primer término es 50.000 euros, se incrementa acumulativamente un 1% y el tipo de interés es el 1,5%.



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

a) Rentas perpetuas, inmediatas y pospagables

Ejemplo I:

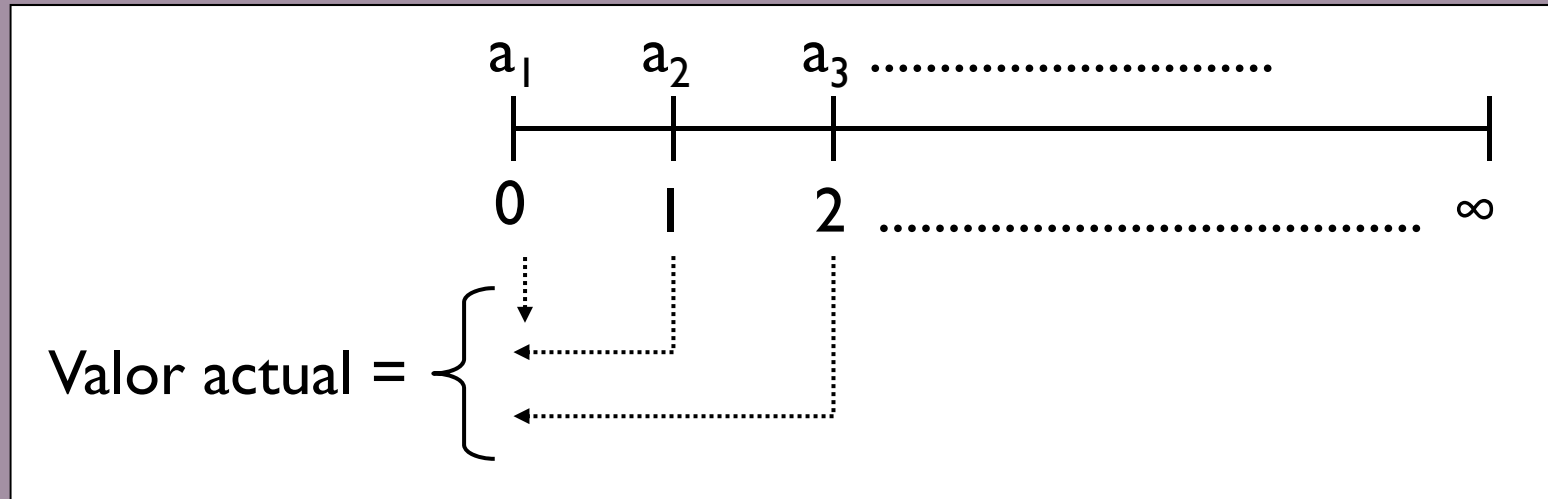
Calcular el valor actual de una renta anual y perpetua, si su primer término es 50.000 euros, se incrementa acumulativamente un 1% y el tipo de interés es el 1,5%.

$$\begin{aligned} A_{(a_1, q) \overline{\infty}|i} &= A_{(50.000; 1,01) \overline{\infty}|0,015} = 50.000 \cdot \frac{1}{1 + 0,015 - 1,01} = \\ &= 10.000.000 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

b) Rentas perpetuas, inmediatas y prepagables



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

b) Rentas perpetuas, inmediatas y prepagables

$$\begin{aligned}\ddot{A}_{(a_1, q) \overline{\infty}|i} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \ddot{A}_{(a_1, q) \overline{n}|i} = \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(a_1 \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n} \cdot q^n}{1+i-q} \right) \cdot (1+i) = a_1 \cdot \frac{1}{1+i-q} \cdot (1+i)\end{aligned}$$

$$\ddot{A}_{(a_1, q) \overline{\infty}|i} = a_1 \cdot \frac{1}{1+i-q} \cdot (1+i)$$

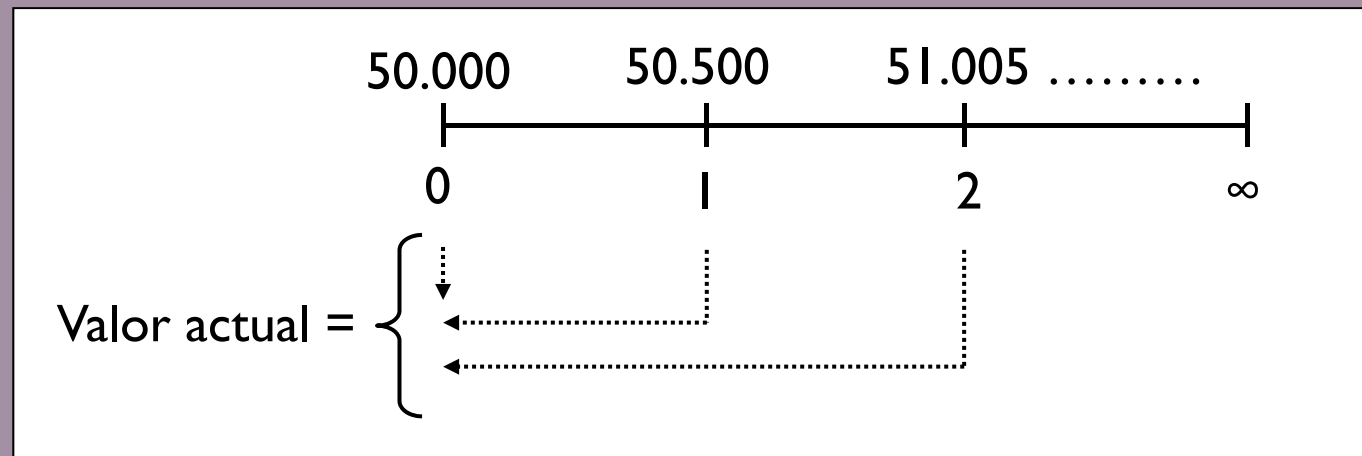
TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

b) Rentas perpetuas, inmediatas y prepagables

Ejemplo 2:

Calcular el valor actual de una renta anual, prepagable y perpetua, si su primer término es 50.000 euros, se incrementa acumulativamente un 1% y el tipo de interés es el 1,5%.



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

b) Rentas perpetuas, inmediatas y prepagables

Ejemplo 2:

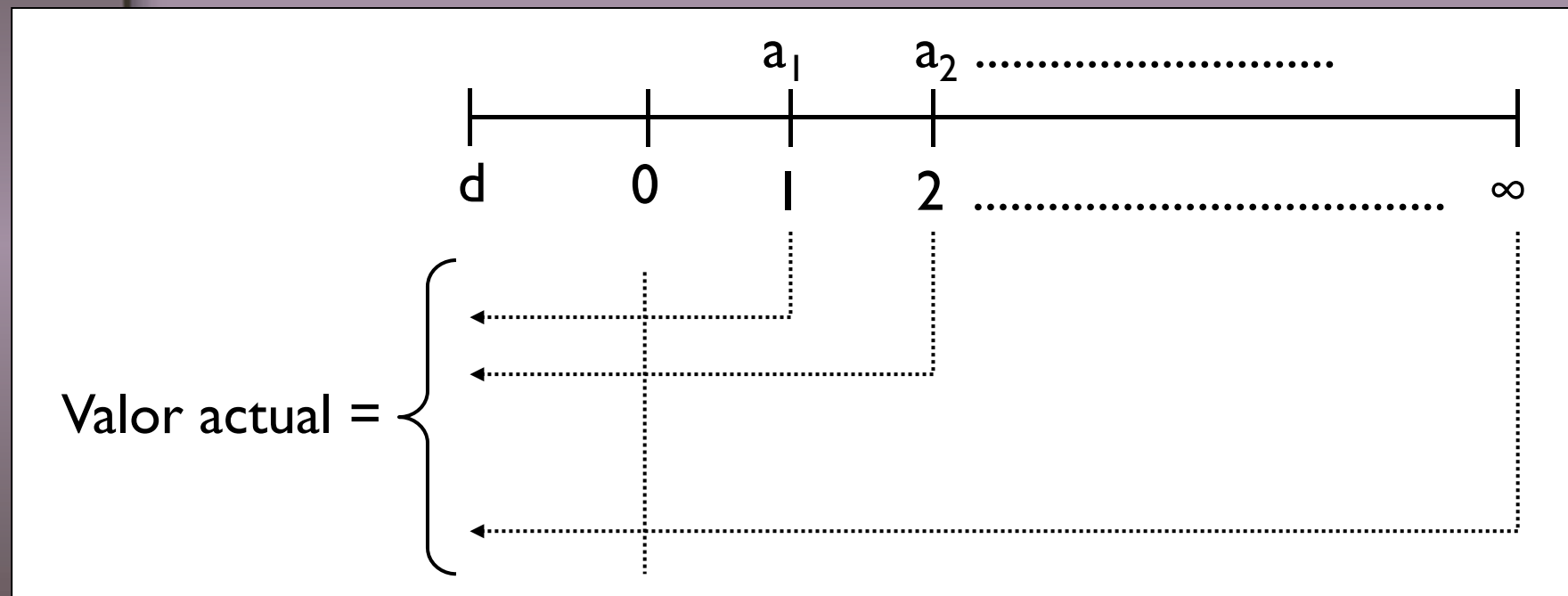
Calcular el valor actual de una renta anual, prepagable y perpetua, si su primer término es 50.000 euros, se incrementa acumulativamente un 1% y el tipo de interés es el 1,5%.

$$\begin{aligned} \ddot{A}_{(50.000;1,01) \overline{\infty} | 0,015} &= 50.000 \cdot \frac{1}{1 + 0,015 - 1,10} \cdot (1 + 0,015) = \\ &= 10.150.000 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

c) Rentas perpetuas, diferidas y pospagables



$$d / A_{(a_1, q) \overline{\infty} | i} = A_{(a_1, q) \overline{\infty} | i} \cdot (1 + i)^{-d} = a_1 \cdot \frac{1}{1 + i - q} \cdot (1 + i)^{-d}$$

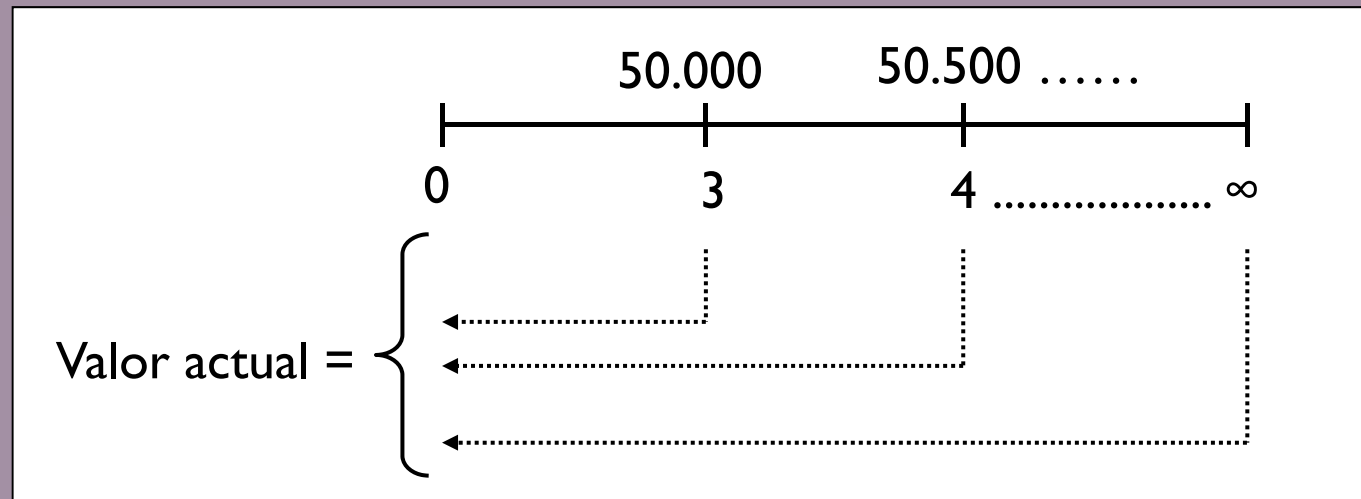
TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

c) Rentas perpetuas, diferidas y pospagables

Ejemplo 3:

Calcular el valor actual de una renta anual y perpetua, si su primer término comienza a ser efectivo a los tres años y su cuantía es de 50.000 euros, se incrementa acumulativamente un 1% y el tipo de interés el 1,5%.



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

c) Rentas perpetuas, diferidas y pospagables

Ejemplo 3:

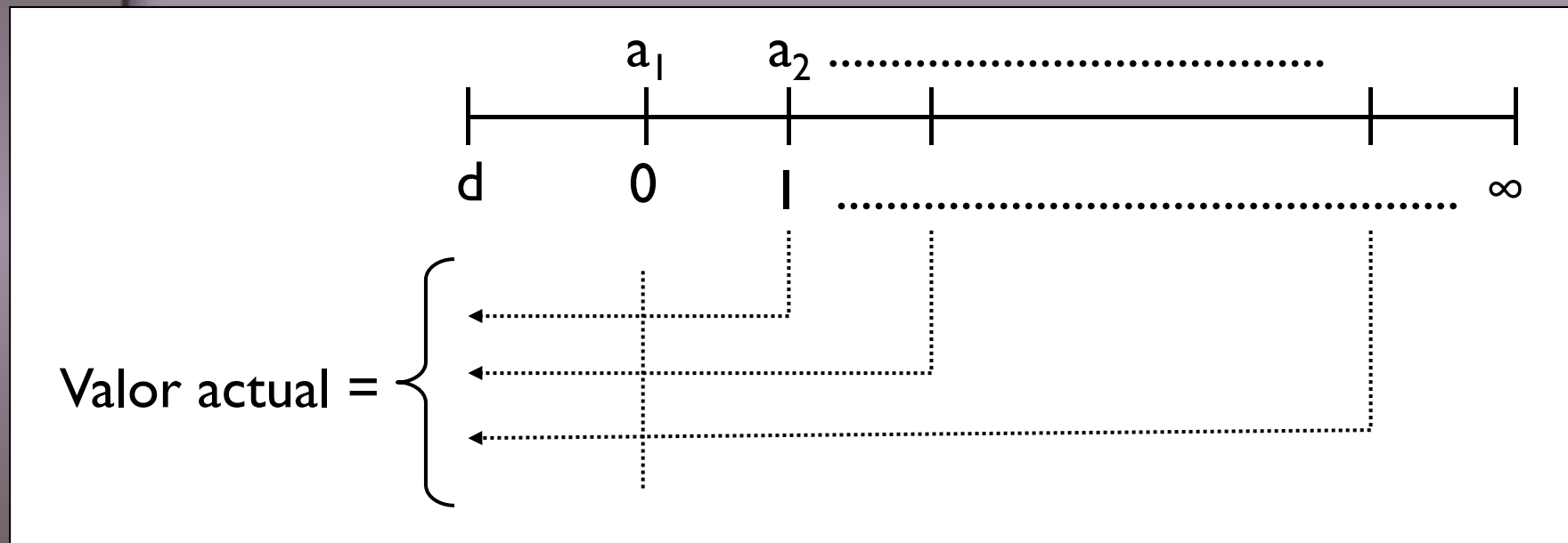
Calcular el valor actual de una renta anual y perpetua, si su primer término comienza a ser efectivo a los tres años y su cuantía es de 50.000 euros, se incrementa acumulativamente un 1% y el tipo de interés el 1,5%.

$$\begin{aligned} d / A_{(a_1, q) \overline{\infty}|i} &= A_{(a_1, q) \overline{\infty}|i} \cdot (1 + i)^{-d} = \\ &= 2 / A_{(50.000; 1,01) \overline{\infty}|i} = A_{(50.000; 1,01) \overline{\infty}|i} \cdot (1 + 0,015)^{-2} = \\ &= 50.000 \cdot \frac{1}{1 + 0,015 - 1,01} \cdot (1 + 0,015)^{-2} = 9.706.617,49 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

d) Rentas perpetuas, diferidas y prepagables



$$d / \ddot{A}_{(a_1, q)_{\infty|i}} = \ddot{A}_{(a_1, q)_{\infty|i}} \cdot (1+i)^{-d} = a_1 \cdot \frac{1}{1+i-q} \cdot (1+i) \cdot (1+i)^{-d}$$

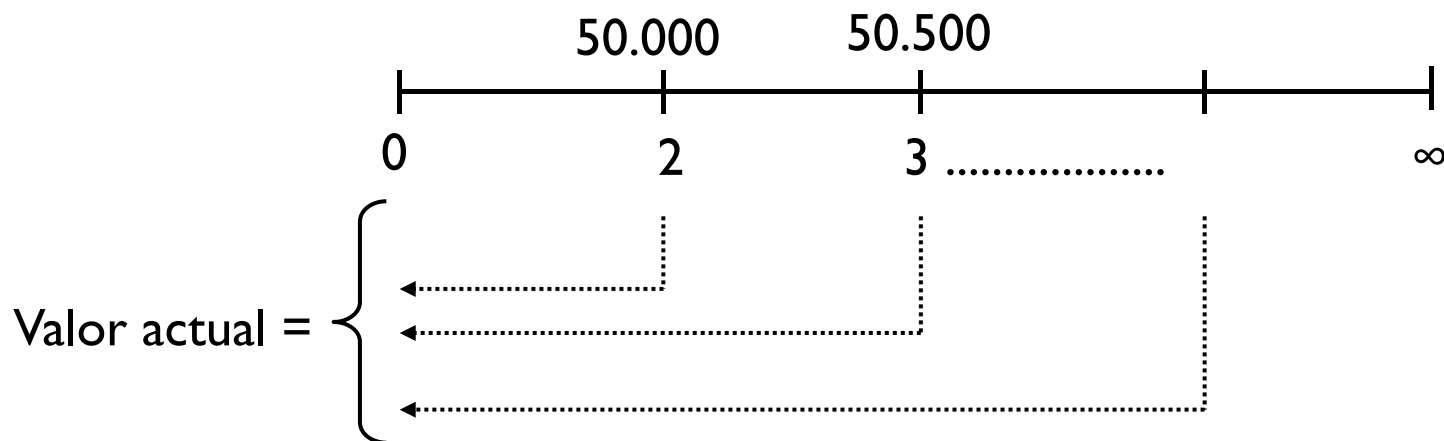
TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

d) Rentas perpetuas, diferidas y prepagables

Ejemplo 4:

Calcular el valor actual de una renta anual, prepagable y perpetua, si su primer término comienza a ser efectivo a los tres años y su cuantía es de 50.000 euros, se incrementa acumulativamente un 1% y el tipo de interés el 1,5%.



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

d) Rentas perpetuas, diferidas y prepagables

Ejemplo 4:

Calcular el valor actual de una renta anual, prepagable y perpetua, si su primer término comienza a ser efectivo a los tres años y su cuantía es de 50.000 euros, se incrementa acumulativamente un 1% y el tipo de interés el 1,5%.

$$\begin{aligned} 2 / \ddot{A}_{(50.000;1,01)_{\infty}|i} &= \ddot{A}_{(50.000;1,01)_{\infty}|i} \cdot (1 + 0,015)^{-2} = \\ &= 50.000 \cdot \frac{1}{1 + 0,015 - 1,01} \cdot (1 + 0,015) \cdot (1 + 0,015)^{-2} = \\ &= 9.852.216,75 \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

e) Rentas perpetuas y fraccionadas

$$\mathbf{A}_{(a_1, q)_{\infty|i}}^{(m)} = \frac{\mathbf{i}}{\mathbf{J}_{(m)}} \cdot \mathbf{A}_{(a_1, q)_{\infty|i}}$$

$$\mathbf{\ddot{A}}_{(a_1, q)_{\infty|i}}^{(m)} = \frac{\mathbf{i}}{\mathbf{J}_{(m)}} \cdot \mathbf{A}_{(a_1, q)_{\infty|i}} \cdot (1 + \mathbf{i}_m)$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

e) Rentas perpetuas y fraccionadas

Ejemplo 5:

Calcular el valor actual de una renta mensual y perpetua, si los términos del primer año son de cuantía 5.000 euros, se incrementan acumulativamente un 1% y el tipo de interés es el 1,5%.

$$1 + i = \left(1 + \frac{J_{(12)}}{12} \right)^{12} \Rightarrow 1 + 0,015 = \left(1 + \frac{J_{(12)}}{12} \right)^{12}$$

$$J_{(12)} = \left[(1 + 0,015)^{\frac{1}{12}} - 1 \right] \cdot 12 = 0,014897853$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

e) Rentas perpetuas y fraccionadas

Ejemplo 5:

Calcular el valor actual de una renta mensual y perpetua, si los términos del primer año son de cuantía 5.000 euros, se incrementan acumulativamente un 1% y el tipo de interés es el 1,5%.

$$\begin{aligned} A_{(5.000 \cdot 12; 1,01)_{\infty} | 0,015}^{(12)} &= \frac{0,015}{J_{(12)}} \cdot A_{(60.000; 1,01)_{\infty} | 0,015} = \\ &= \frac{0,015}{0,014897853} \cdot \left(60.000 \cdot \frac{1}{1 + 0,015 - 1,01} \right) = \\ &= 12.082.277,89 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

e) Rentas perpetuas y fraccionadas

Ejemplo 6:

Calcular el valor actual de una renta mensual, perpetua y prepagable, si los términos del primer año son de cuantía 5.000 euros, se incrementan acumulativamente un 1% y el tipo de interés es el 1,5%.

$$1 + i = \left(1 + \frac{J_{(12)}}{12} \right)^{12} \Rightarrow 1 + 0,015 = (1 + i_{12})^{12}$$

$$i_{12} = (1 + 0,015)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0,001241488$$

$$J_{(12)} = i_{12} \cdot 12 = 0,001241488 \cdot 12 = 0,014897853$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.2. Rentas variables en progresión geométrica.

e) Rentas perpetuas y fraccionadas

Ejemplo 6:

Calcular el valor actual de una renta mensual, perpetua y prepagable, si los términos del primer año son de cuantía 5.000 euros, se incrementan acumulativamente un 1% y el tipo de interés es el 1,5%.

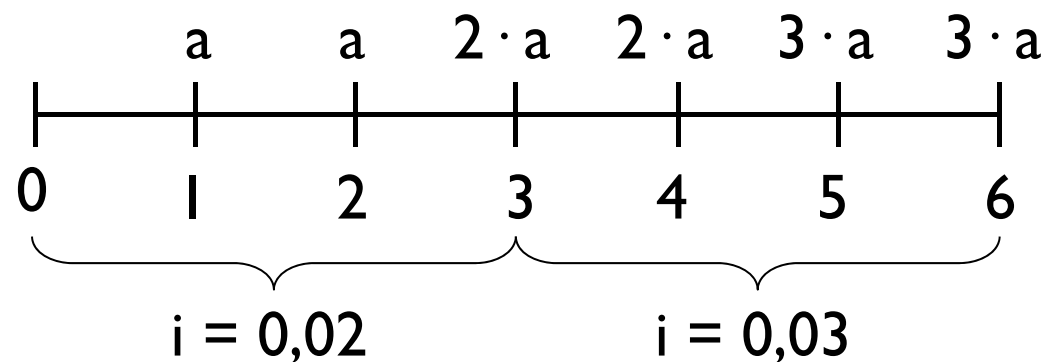
$$\begin{aligned} \ddot{A}_{(5.000;12;1,01)_{\infty}|0,015}^{(12)} &= \frac{0,015}{J_{(12)}} \cdot A_{(60.000;1,01)_{\infty}|0,015} \cdot (1 + 0,001241488) = \\ &= \frac{0,015}{0,014897853} \cdot \left(60.000 \cdot \frac{1}{1 + 0,015 - 1,10} \right) \cdot (1 + 0,001241488) = \\ &= 12.097.277,89 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.3. Rentas variables en general.

Ejemplo 1:

Calcular los términos amortizativos de una renta si su valor actual es 1.000.000 de euros y los dos primeros años son de cuantía “a”; los dos segundos, el doble; y los dos últimos, el triple. El tipo de interés es el 2% los tres primeros años y el 3% los tres últimos.



TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.3. Rentas variables en general.

Ejemplo I:

Calcular los términos amortizativos de una renta si su valor actual es 1.000.000 de euros y los dos primeros años son de cuantía “a”; los dos segundos, el doble; y los dos últimos, el triple. El tipo de interés es el 2% los tres primeros años y el 3% los tres últimos.

$$\begin{aligned} 1.000.000 &= a \cdot a_{\overline{2}|0,02} + \frac{2 \cdot a}{(1,02)^3} + \frac{2 \cdot a}{1,03 \cdot (1,02)^3} + \frac{3 \cdot a \cdot a_{\overline{2}|0,03}}{1,03 \cdot (1,02)^3} = \\ &= a \cdot \left[a_{\overline{2}|0,02} + \frac{2}{1,02} + \frac{2}{1,03 \cdot (1,02)^3} + \frac{3 \cdot a_{\overline{2}|0,03}}{1,03 \cdot (1,02)^3} \right] \end{aligned}$$

TEMA 6: RENTAS VARIABLES

6.3. Rentas variables en general.

Ejemplo I:

Calcular los términos amortizativos de una renta si su valor actual es 1.000.000 de euros y los dos primeros años son de cuantía “a”; los dos segundos, el doble; y los dos últimos, el triple. El tipo de interés es el 2% los tres primeros años y el 3% los tres últimos.

Cuantía de los términos:

$$\mathbf{a_1 = a_2 = a = 91.678,18 \text{ €}}$$

$$\mathbf{a_3 = a_4 = 2 \cdot a = 183.356,37 \text{ €}}$$

$$\mathbf{a_5 = a_6 = 3 \cdot a = 275.034,55 \text{ €}}$$