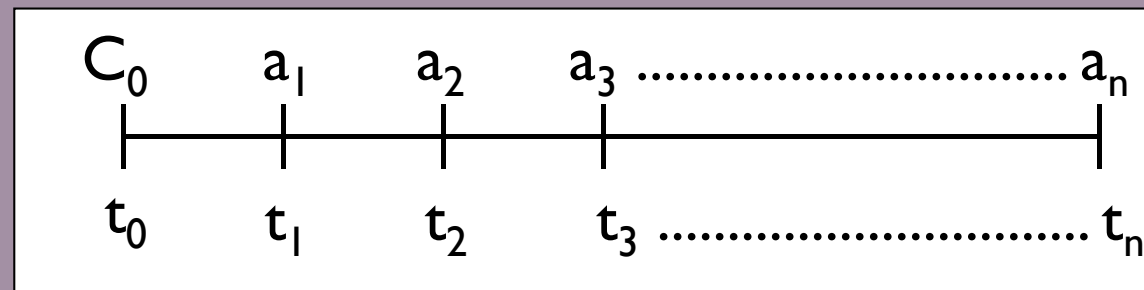
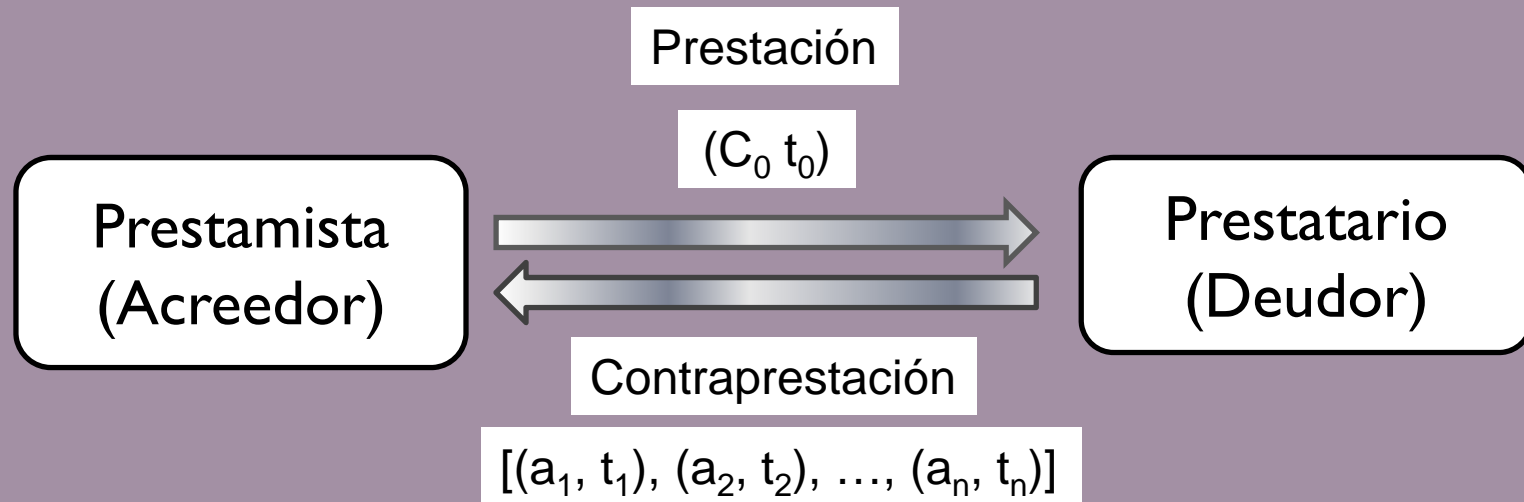


TEMA 7: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (I)

- 7.1. Concepto de operación financiera de amortización de capital o préstamos.
Tipos.
- 7.2. Métodos de amortización mediante reembolso único.
- 7.3. Método de amortización clásico, progresivo o francés.
- 7.4. Método de amortización americano.
- 7.5. Método de amortización alemán.

TEMA 7: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (I)

7.1. Concepto de operación financiera de amortización de capital o préstamos. Tipos.



a_1, a_2, \dots, a_n : Términos amortizativos.

TEMA 7: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (I)

7.1. Concepto de operación financiera de amortización de capital o préstamos. Tipos.

Notaciones utilizadas:

a_1, a_2, \dots, a_n : Términos amortizativos.

I_k : Cuota de interés del periodo "k".

M_k : Cuota de amortización del periodo "k".

C_k : Capital pendiente al final del periodo "k".

m_k : Capital amortizado hasta el periodo "k".

i : Tipo de interés.

z : Tipo de interés anticipado.

TEMA 7: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (I)

7.1. Concepto de operación financiera de amortización de capital o préstamos. Tipos.

EXPRESIONES
GENERALES:

$$a_k = I_k + M_k$$

$$I_k = C_{k-1} \cdot i$$

$$I_k^* = C_k \cdot z$$

$$C_k = C_{k-1} - M_k$$

$$C_k = C_0 - m_k$$

$$m_k = C_0 - C_k$$

$$m_k = M_1 + M_2 + \dots + M_k$$

TEMA 7: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (I)

7.1. Concepto de operación financiera de amortización de capital o préstamos. Tipos.

Métodos de amortización mediante reembolso único:

- Reembolso único.
- Reembolso único con pago periódico de intereses.

Métodos de amortización mediante rentas constantes:

- Método de amortización francés, progresivo o clásico.
- Método de amortización alemán.
- Método de amortización americano.

Métodos de amortización mediante rentas variables:

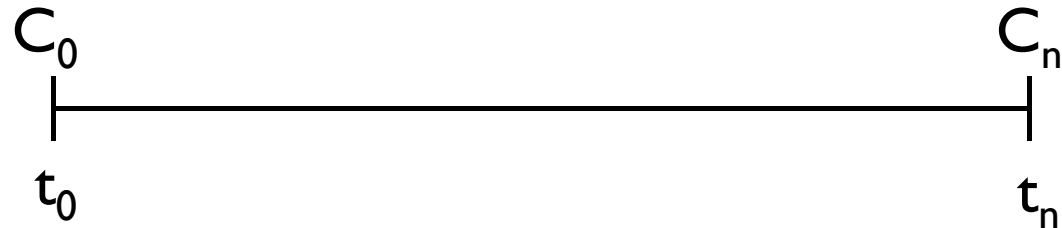
- Método de amortización mediante rentas variables en progresión aritmética. Caso particular: método italiano.
- Método de amortización mediante rentas variables en progresión geométrica.

TIPOS DE PRÉSTAMOS

TEMA 7: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (I)

7.2. Métodos de amortización mediante reembolso único.

a) Método de amortización mediante reembolso único:



$$a_1 = a_2 = \dots = a_{n-1} = 0$$

$$a_n = C_0 \cdot (1+i)^n$$

$$C_1 = C_2 = \dots = C_{n-1} = C_0$$

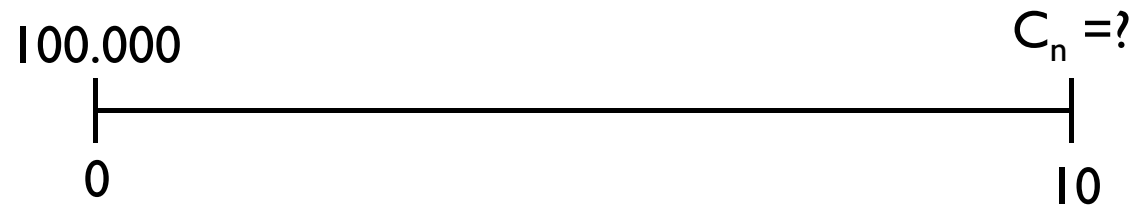
$$C_n = 0$$

TEMA 7: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (I)

7.2. Métodos de amortización mediante reembolso único.

Ejemplo I:

El Sr. "X" solicita un préstamo de 100.000 euros a amortizar mediante reembolso único en 10 años. Calcular los términos amortizativos si el tipo de interés es el 4%.



TEMA 7: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (I)

7.2. Métodos de amortización mediante reembolso único.

Ejemplo I:

El Sr. "X" solicita un préstamo de 100.000 euros a amortizar mediante reembolso único en 10 años. Calcular los términos amortizativos si el tipo de interés es el 4%.

$$a_1 = a_2 = \dots = a_9 = 0$$

$$a_{10} = 100.000 \cdot (1 + 0,04)^{10} = 148.024,43 \text{ €}$$

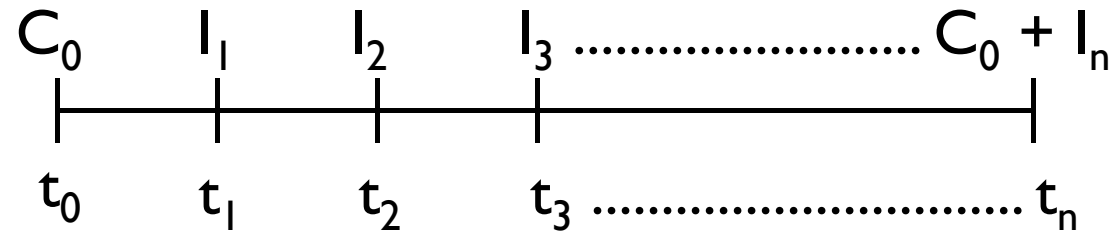
$$C_1 = C_2 = \dots = C_{n-1} = C_0 = 100.000$$

$$C_n = 0$$

TEMA 7: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (I)

7.2. Métodos de amortización mediante reembolso único.

b) Método de amortización mediante reembolso único con pago periódico de intereses:



$$a_k = I_k = C_0 \cdot i, \quad k = 1, 2, \dots, n-1$$

$$a_n = I_n + C_0 = C_0 \cdot i + C_0 = C_0 \cdot (1 + i)$$

$$C_1 = C_2 = \dots = C_{n-1} = C_0$$

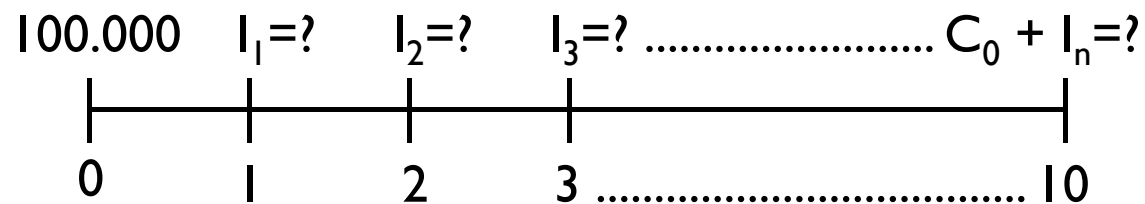
$$C_n = 0$$

TEMA 7: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (I)

7.2. Métodos de amortización mediante reembolso único.

Ejemplo 2:

El Sr. "X" solicita un préstamo de 100.000 euros a amortizar mediante reembolso único en 10 años con pago periódico de intereses. Calcular los términos amortizativos si el tipo de interés es el 4%.



TEMA 7: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (I)

7.2. Métodos de amortización mediante reembolso único.

Ejemplo 2:

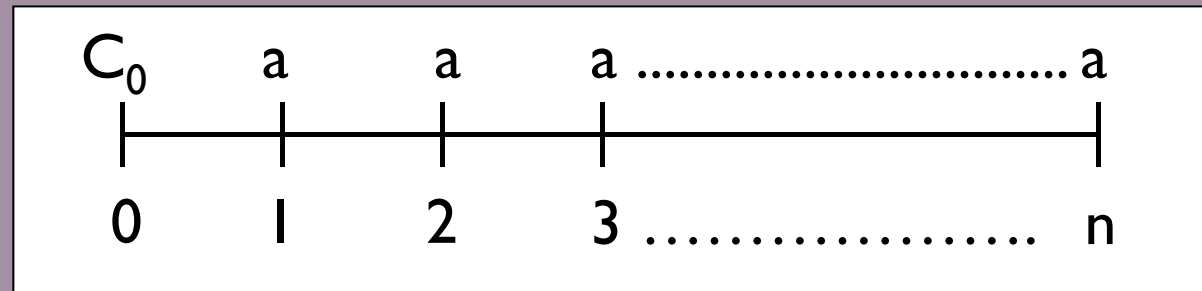
El Sr. "X" solicita un préstamo de 100.000 euros a amortizar mediante reembolso único en 10 años con pago periódico de intereses. Calcular los términos amortizativos si el tipo de interés es el 4%.

$$a_1 = a_2 = \dots = a_9 = C_0 \cdot i = 100.000 \cdot 0,04 = 4.000 \text{ €}$$

$$\begin{aligned} a_{10} &= I_{10} + M_{10} = C_0 \cdot i + C_0 = C_0 \cdot (1 + i) = \\ &= 100.000 \cdot (1 + 0,04) = 104.000 \text{ €} \end{aligned}$$

TEMA 7: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (I)

7.3. Método de amortización clásico, progresivo o francés.



a) Equivalencia financiera en el origen:

$$C_0 = a \cdot a_{\overline{n}|i}$$

b) Relación entre dos cuotas de amortización consecutivas:

$$\left. \begin{array}{l} a = I_{k+1} + M_{k+1} = C_k \cdot i + M_{k+1} \\ a = I_k + M_k = C_{k-1} \cdot i + M_k \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0 = (C_k - C_{k-1}) \cdot i + M_{k+1} - M_k \\ M_{k+1} = M_k \cdot (1 + i) \end{array}$$

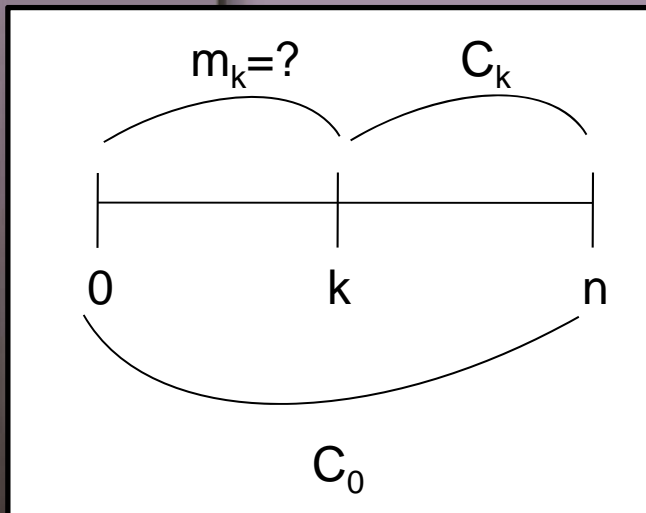
TEMA 7: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (I)

7.3. Método de amortización clásico, progresivo o francés.

c) Capital pendiente al final del periodo “k” :

$$C_k = a \cdot a_{\overline{n-k}|i}$$

d) Capital amortizado hasta el periodo “k”:



$$m_k = C_0 - C_k$$

$$m_k = M_1 + M_2 + \dots + M_k =$$

$$= M_1 + M_1 \cdot (1+i) + \dots + M_1 \cdot (1+i)^{k-1} = M_1 \cdot S_{\overline{k}|i}$$

$$m_n = M_1 \cdot S_{\overline{n}|i} = C_0$$

TEMA 7: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (I)

7.3. Método de amortización clásico, progresivo o francés.

Cuadro de amortización:

n	a_k	I_k	M_k	m_k	C_k
0	C_0
1	a	$C_0 \cdot i$	$a - I_1$	M_1	$C_0 - M_1$
2	a	$C_1 \cdot i$	$a - I_2$	$M_1 + M_2$	$C_1 - M_2$
...					
n	a	$C_{n-1} \cdot i$	$a - I_n$	$M_1 + M_2 + \dots + M_n = C_0$	$C_{n-1} - M_n = 0$

TEMA 7: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (I)

7.3. Método de amortización clásico, progresivo o francés.

Ejemplo 3:

E. Sr. "X" solicita un préstamo de 12.000 euros a amortizar mediante términos amortizativos anuales constantes durante 5 años. Construir el cuadro de amortización si el tipo de interés de la operación es el 3%.

TEMA 7: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (I)

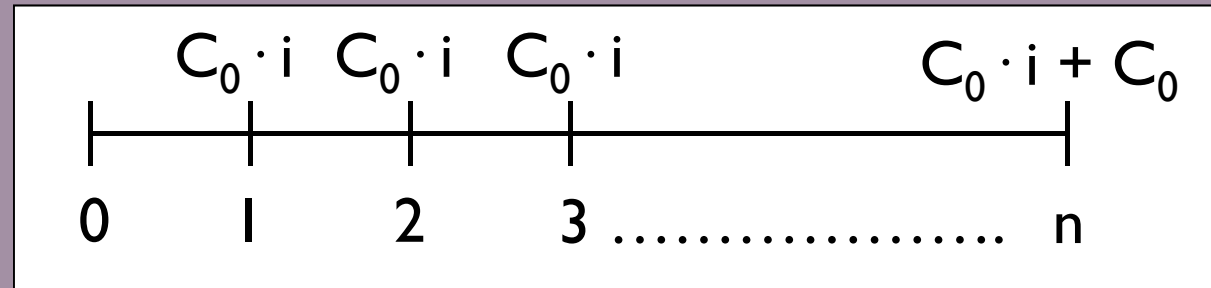
7.3. Método de amortización clásico, progresivo o francés.

n	a_k	I_k	M_k	m_k	C_k
0					12.000,00
1	2.620,25	360,00	2.260,25	2.260,25	9.739,75
2	2.620,25	292,19	2.328,06	4.588,32	7.411,68
3	2.620,25	222,35	2.397,90	6.986,22	5.013,78
4	2.620,25	150,41	2.469,84	9.456,06	2.543,94
5	2.620,25	76,32	2.543,94	12.000,00	0,00

TEMA 7: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (I)

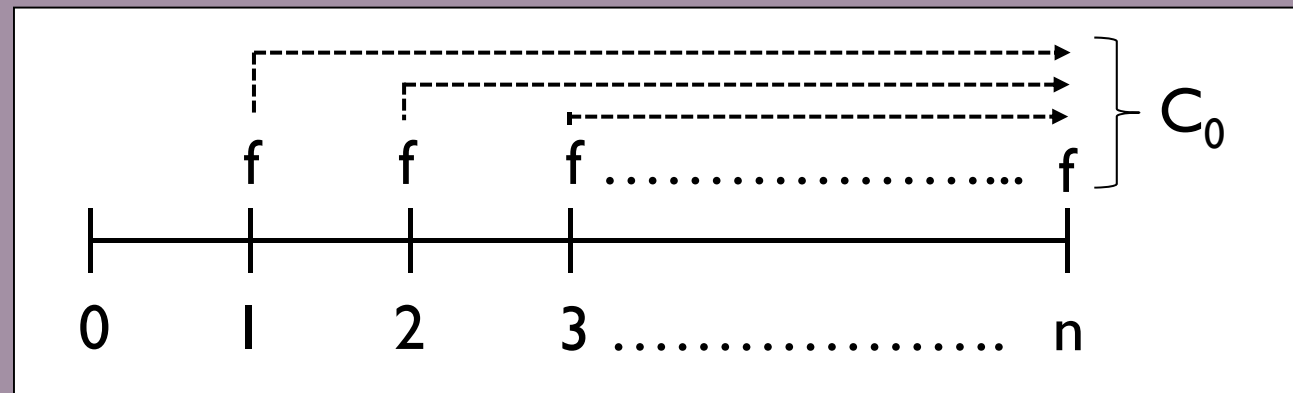
7.4. Método de amortización americano.

Operación de amortización:



Tipo de interés:
 i

Operación de constitución:



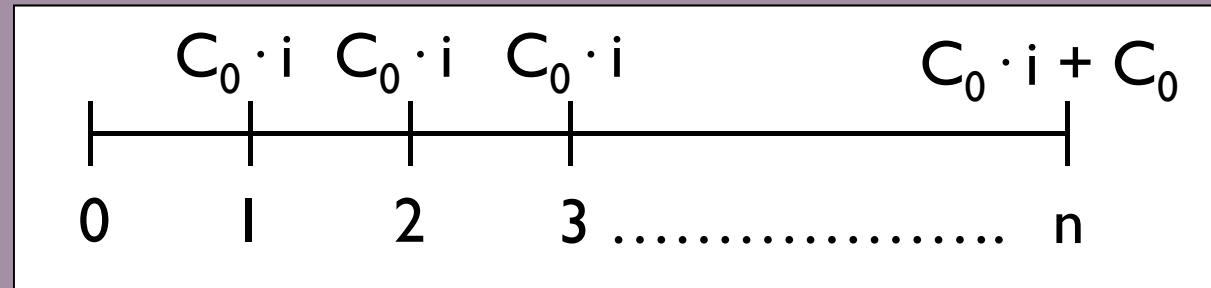
Tipo de interés:
 i'

TEMA 7: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (I)

7.4. Método de amortización americano.

Operación de amortización:

Tipo de interés:
 i



$$a_1 = a_2 = \dots = a_{n-1} = C_0 \cdot i$$

$$a_n = C_0 \cdot i + C_0 = C_0 \cdot (1 + i)$$

$$C_1 = C_2 = \dots = C_{n-1} = C_0$$

$$C_n = 0$$

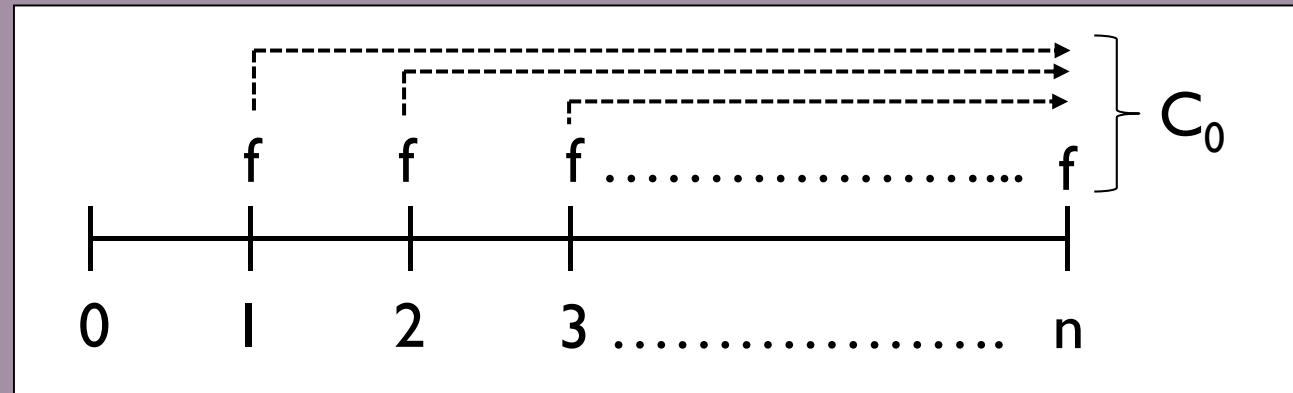
$$M_1 = M_2 = \dots = M_{n-1} = 0$$

$$M_n = C_0$$

TEMA 7: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (I)

7.4. Método de amortización americano.

Operación de constitución:



Tipo de interés:
 i'

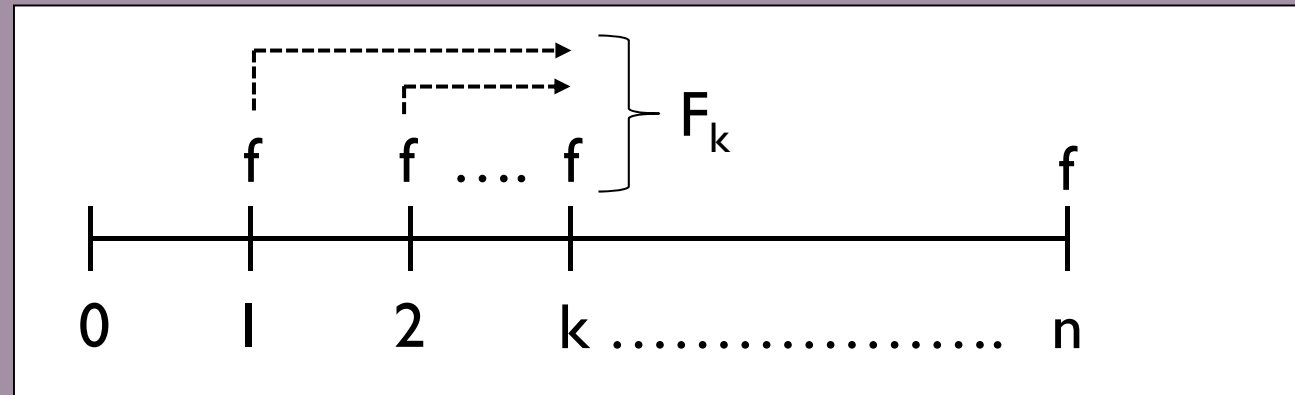
a) Cuantía periódica destinada a la constitución del fondo:

$$f \cdot S_{\overline{n}|i'} = C_0 \Rightarrow f = \frac{C_0}{S_{\overline{n}|i'}}$$

TEMA 7: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (I)

7.4. Método de amortización americano.

Operación de constitución:



Tipo de interés:
 i'

b) Fondo constituido en los "k" primeros periodos:

$$F_k = f \cdot S_{\overline{k}|i'} = C_0 \cdot \frac{S_{\overline{k}|i'}}{S_{\overline{n}|i'}}$$

TEMA 7: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (I)

7.4. Método de amortización americano.

Operación de constitución:

c) Relación entre dos cuotas de constitución consecutivas:

$$\left. \begin{array}{l} F_{k+1} = F_k \cdot (1+i') + f \\ F_k = F_{k-1} \cdot (1+i') + f \end{array} \right\} \begin{array}{l} F_{k+1} - F_k = (F_k - F_{k-1}) \cdot (1+i') \\ \Delta_{k+1} = \Delta_k \cdot (1+i') \end{array}$$

d) Cuantía total a desembolsar en cada periodo:

$$a' = C_0 \cdot i + f = C_0 \cdot i + \frac{C_0}{S_{n|i'}}$$

e) Capital pendiente de constituir después de “k” periodos:

$$C'_k = C_0 - F_k$$

TEMA 7: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (I)

7.4. Método de amortización americano.

Cuadro de amortización:

n	a'	I_k	f	F_k	C'_k	C_k
0	C_0	C_0
1	$I_1 + f$	$C_0 \cdot i$	f	f	$C_0 - f$	C_0
2	$I_2 + f$	$C_0 \cdot i$	f	$F_1 \cdot (1+i') + f$	$C'_1 - f$	C_0
...						
n	$I_n + f$	$C_0 \cdot i$	f	$F_{n-1} \cdot (1+i') + f = C_0$	$C'_{n-1} - f = 0$	0

TEMA 7: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (I)

7.4. Método de amortización americano.

Ejemplo 4:

E. Sr. "X" solicita un préstamo de 12.000 euros a amortizar mediante términos amortizativos anuales constantes durante 5 años por el método americano. Construir el cuadro de amortización y de constitución si el tipo de interés de la operación de amortización es el 3% y el de la operación de constitución el 4%.

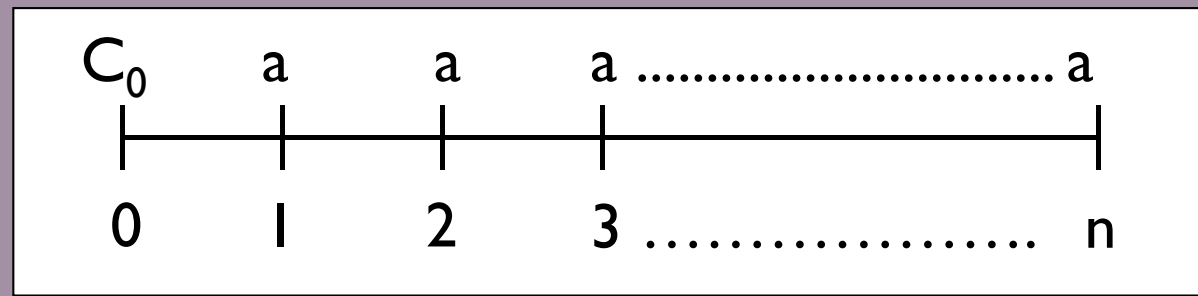
TEMA 7: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (I)

7.4. Método de amortización americano.

n	a'	f	I _k	F _k	C' _k	C _k
0						12.000,00
1	2.575,53	2.215,53	360,00	2.215,53	9.784,47	12.000,00
2	2.575,53	2.215,53	360,00	4.519,67	7.480,33	12.000,00
3	2.575,53	2.215,53	360,00	6.915,98	5.084,02	12.000,00
4	2.575,53	2.215,53	360,00	9.408,15	2.591,85	12.000,00
5	2.575,53	2.215,53	360,00	12.000,00	0,00	0,00

TEMA 7: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (I)

7.5. Método de amortización alemán.



a) Equivalencia financiera en el origen:

$$C_0 - C_0 \cdot z = C_0 \cdot (1-z) = a \cdot (1-z) + a \cdot (1-z)^2 + \dots + a \cdot (1-z)^n$$

$$C_0 = a + a \cdot (1-z) + \dots + a \cdot (1-z)^{n-1} = a \cdot \frac{1 - (1-z)^n}{1 - (1-z)}$$

$$C_0 = a \cdot \frac{1 - (1-z)^n}{z}$$

TEMA 7: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (I)

7.5. Método de amortización alemán.

b) Relación entre dos cuotas de amortización consecutivas:

$$\left. \begin{array}{l} a = I_{k+1}^* + M_{k+1} = C_{k+1} \cdot z + M_{k+1} \\ a = I_k^* + M_k = C_k \cdot z + M_k \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0 = (C_{k+1} - C_k) \cdot z + M_{k+1} - M_k \\ M_k = M_{k+1} \cdot (1 - z) \end{array}$$

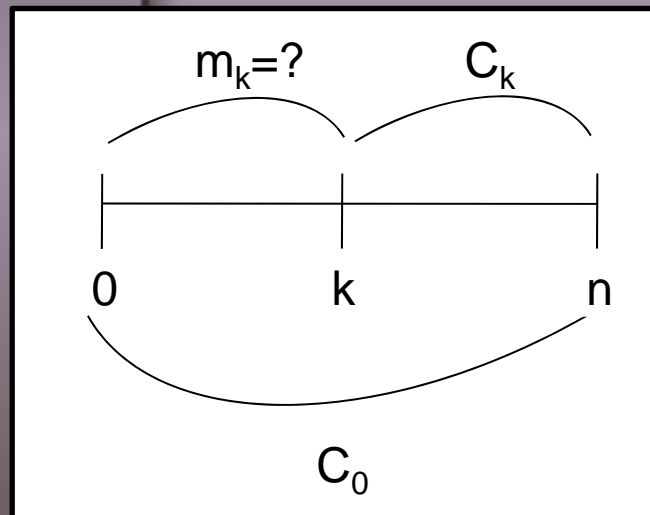
c) Capital pendiente al final del periodo "k" :

$$C_k = a \cdot \frac{1 - (1 - z)^{n-k}}{z}$$

TEMA 7: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (I)

7.5. Método de amortización alemán.

d) Capital amortizado hasta el periodo “k”:



$$m_k = C_0 - C_k$$

$$m_k = a \cdot \frac{1 - (1 - z)^n}{z} - a \cdot \frac{1 - (1 - z)^{n-k}}{z} =$$

$$= \frac{a}{z} \cdot \left[(1 - z)^{n-k} - (1 - z)^n \right]$$

$$m_k = M_1 + M_2 + \dots + M_k$$

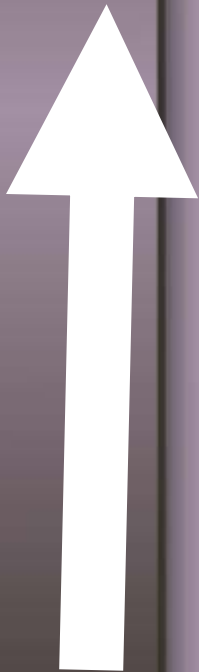
$$m_n = M_1 + M_2 + \dots + M_n = C_0$$

TEMA 7: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (I)

7.5. Método de amortización alemán.

Cuadro de amortización:

n	a_k	I_k	M_k	m_k	C_k
0	$C_0 \cdot z$	$C_0 \cdot z$	$C_1 + M_1 = C_0$
1	a	$C_1 \cdot z$	$a - I_1$	$m_2 - M_2$	$C_2 + M_2$
2	a	$C_2 \cdot z$	$a - I_2$	$m_3 - M_3$	$C_3 + M_3$
...					
$n-1$	a	$C_{n-1} \cdot z$	$a - I_{n-1}$	$m_n - M_n$	$C_n + M_n = C_{n-1}$
n	a	...	$a = M_n$	C_0	0



TEMA 7: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (I)

7.5. Método de amortización alemán.

Ejemplo 5:

E. Sr. "X" solicita un préstamo de 12.000 euros a amortizar mediante términos amortizativos anuales constantes durante 5 años. Construir el cuadro de amortización si el tipo de interés anticipado de la operación es el 3%.

TEMA 7: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (I)

7.5. Método de amortización alemán.

n	a_k	I_k	M_k	m_k	C_k
0	360,00	360,00			12.000,00
1	2.548,38	292,32	2.256,07	2.256,07	9.743,93
2	2.548,38	222,54	2.325,84	4.581,91	7.418,09
3	2.548,38	150,61	2.397,77	6.979,68	5.020,32
4	2.548,38	76,45	2.471,93	9.451,62	2.548,38
5	2.548,38	...	2.548,38	12.000,00	0,00