TEMA 8: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (y II)

8.1. Método de amortización mediante rentas variables en progresión aritmética. Caso particular: método italiano.

8.2. Método de amortización mediante rentas variables en progresión geométrica.

8.3. Amortización de capital con intereses fraccionados.

8.4. Valoración de operaciones de amortización de capital. Usufructo y nuda propiedad.

TEMA 8: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (y II)

8.1. Método de amortización mediante rentas variables en progresión aritmética.

C_0	a_1	a_2	a_3	....	a_n
0	1	2	3	....	n

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{a_1}\\
&\mathbf{a_2 = a_1 + d}\\
&\mathbf{a_3 = a_2 + d = a_1 + 2 \cdot d}\\
&\mathbf{....}\\
&\mathbf{a_k = a_{k-1} + d = a_1 + (k-1) \cdot d}\\
&\mathbf{....}\\
&\mathbf{a_n = a_{n-1} + d = a_1 + (n-1) \cdot d}
\end{aligned}
$$

$\mathbf{d > 0 \Rightarrow}$ **Progresión aritmética creciente**

$\mathbf{d < 0 \Rightarrow}$ **Progresión aritmética decreciente**

TEMA 8: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (y II)

8.1. Método de amortización mediante rentas variables en progresión aritmética.

a) Equivalencia financiera en el origen:

$$C_0 = \left(a_1 + \frac{d}{i} + d \cdot n \right) \cdot a_{\overline{n}|i} - \frac{d \cdot n}{i}$$

b) Relación entre dos cuotas de amortización consecutivas:

$$\left.\begin{aligned} a_{k+1} &= I_{k+1} + M_{k+1} = C_k \cdot i + M_{k+1} \\ a_k &= I_k + M_k = C_{k-1} \cdot i + M_k \end{aligned}\right\}$$

$$a_{k+1} - a_k = (C_k - C_{k-1}) \cdot i + M_{k+1} - M_k$$

$$M_{k+1} = M_k \cdot (1+i) + d$$

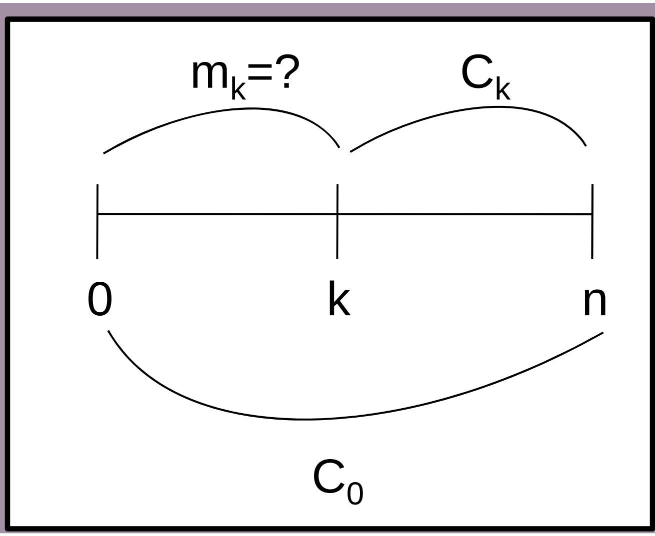
TEMA 8: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (y II)

8.1. Método de amortización mediante rentas variables en progresión aritmética.

c) Capital pendiente al final del periodo “k”:

$$C_k = \left(a_{k+1} + \frac{d}{i} + d \cdot (n-k) \right) \cdot a_{\overline{n-k|}\,i} - \frac{d \cdot (n-k)}{i}$$

d) Capital amortizado hasta el periodo “k”:



$$m_k = C_0 - C_k$$

$$m_k = M_1 + M_2 + \ldots + M_k$$

TEMA 8: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (y II)

8.1. Método de amortización mediante rentas variables en progresión aritmética.

Cuadro de amortización:

n	a_k	I_k	M_k	m_k	C_k
0	…	…	…	…	C_0
1	a_1	$C_0 \cdot i$	$a\text{-}I_1$	M_1	$C_0\text{-}M_1$
2	$a_1\text{+}d$	$C_1 \cdot i$	$a\text{-}I_2$	$M_1\text{+}M_2$	$C_1\text{-}M_2$
…					
n	$a_{n\text{-}1}\text{+}d$	$C_{n\text{-}1} \cdot i$	$a\text{-}I_n$	$M_1\text{+}M_2\text{+}\ldots\text{+}M_n\text{=}C_0$	$C_{n\text{-}1}\text{-}M_n\text{=}0$

TEMA 8: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (y II)

8.1. Método de amortización mediante rentas variables en progresión aritmética.

Ejemplo 1:

E. Sr. "X" solicita un préstamo de 12.000 euros a amortizar mediante términos amortizativos variables durante 5 años. Construir el cuadro de amortización si el tipo de interés de la operación es el 3% y los términos crecen 1.000 euros cada año.

TEMA 8: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (y II)

8.1. Método de amortización mediante rentas variables en progresión aritmética.

n	a_k	I_k	M_k	m_k	C_k
0					12.000,00
1	679,35	360,00	319,35	319,35	11.680,65
2	1.679,35	350,42	1.328,93	1.648,28	10.351,72
3	2.679,35	310,55	2.368,80	4.017,08	7.982,92
4	3.679,35	239,49	3.439,86	7.456,94	4.543,06
5	4.679,35	136,29	4.543,06	12.000,00	0,00

TEMA 8: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (y II)

8.1. Método de amortización mediante rentas variables en progresión aritmética.

Caso particular: Método italiano.

C_0	a_1	a_2	a_3	....	a_n
0	1	2	3	....	n

a) Cuotas de amortización constantes:

$$M + M + \ldots + M = C_0$$

$$n \cdot M = C_0$$

$$M = \frac{C_0}{n}$$

TEMA 8: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (y II)

8.1. Método de amortización mediante rentas variables en progresión aritmética.

Caso particular: Método italiano.

b) Capital pendiente al final del periodo “k”:

$$C_k = C_0 - m_k$$

$$C_k = n \cdot M - k \cdot M = (n-k) \cdot M$$

c) Razón en la que varían los términos amortizativos y las cuotas de interés:

$$\left.\begin{aligned} M_{k+1} &= M_k \cdot (1+i) + d \\ M &= M + M \cdot i + d \end{aligned}\right\} d = -M \cdot i = -\frac{C_0 \cdot i}{n}$$

TEMA 8: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (y II)

8.1. Método de amortización mediante rentas variables en progresión aritmética.

Caso particular: Método italiano.

d) Capital amortizado hasta el periodo "k":

$$m_k = k \cdot M$$

e) Capital amortizado hasta el periodo "n" (final de la operación):

$$m_n = n \cdot M = C_0$$

TEMA 8: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (y II)

8.1. Método de amortización mediante rentas variables en progresión aritmética.

Caso particular: Método italiano.

Cuadro de amortización

n	a_k	I_k	M_k	m_k	C_k
0	…	…	…	…	C_0
1	I_1+M	$C_0 \cdot i$	M	M	C_0-M
2	I_2+M	$C_1 \cdot i$	M	$2 \cdot M$	C_1-M
…					
n	I_n+M	$C_{n-1} \cdot i$	M	$n \cdot M$	$C_{n-1}-M = 0$

TEMA 8: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (y II)

8.1. Método de amortización mediante rentas variables en progresión aritmética.

Ejemplo 2:

E. Sr. "X" solicita un préstamo de 12.000 euros a amortizar mediante cuotas de amortización constantes durante 5 años. Construir el cuadro de amortización si el tipo de interés de la operación es el 3%.

Razón en la que varían los términos amortizativos y las cuotas de interés:

$$d = -\frac{C_0 \cdot i}{n} = -\frac{12.000 \cdot 0,03}{5} = -72$$

TEMA 8: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (y II)

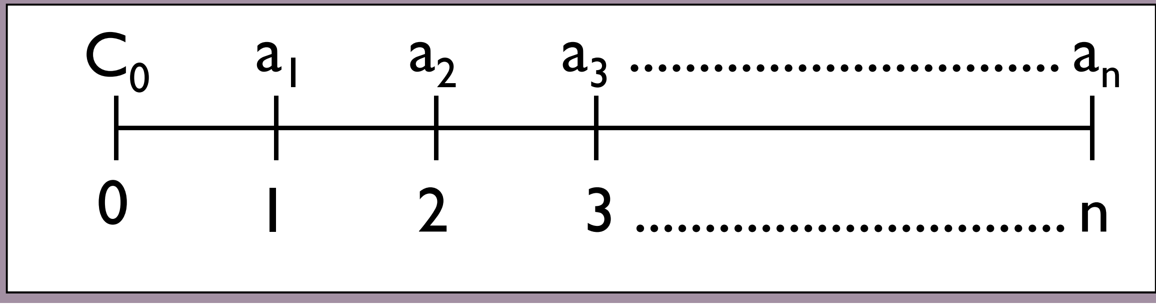
8.1. Método de amortización mediante rentas variables en progresión aritmética.

Caso particular: método italiano.

n	a_k	I_k	M_k	m_k	C_k
0					12.000,00
1	2.760,00	360,00	2.400,00	2.400,00	9.600,00
2	2.688,00	288,00	2.400,00	4.800,00	7.200,00
3	2.616,00	216,00	2.400,00	7.200,00	4.800,00
4	2.544,00	144,00	2.400,00	9.600,00	2.400,00
5	2.472,00	72,00	2.400,00	12.000,00	0,00

TEMA 8: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (y II)

8.2. Método de amortización mediante rentas variables en progresión geométrica.



$$\mathbf{a_1}$$

$$\mathbf{a_2 = a_1 \cdot q}$$

$$\mathbf{a_3 = a_2 \cdot q = a_1 \cdot q^2}$$

....

$$\mathbf{a_k = a_{k-1} \cdot q = a_1 \cdot q^{k-1}}$$

....

$$\mathbf{a_n = a_{n-1} \cdot q = a_1 \cdot q^{n-1}}$$

$$\mathbf{0 < q < 1 \Rightarrow \text{Progresión geométrica decreciente}}$$

$$\mathbf{q > 1 \Rightarrow \text{Progresión geométrica creciente}}$$

TEMA 8: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (y II)

8.2. Método de amortización mediante rentas variables en progresión geométrica.

a) Equivalencia financiera en el origen:

$$C_0 = a_1 \cdot \frac{1 - q^n \cdot (1+i)^{-n}}{1+i-q}$$

b) Relación entre dos cuotas de amortización consecutivas:

$$\left.\begin{aligned} a_{k+1} &= I_{k+1} + M_{k+1} = C_k \cdot i + M_{k+1} \\ a_k &= I_k + M_k = C_{k-1} \cdot i + M_k \end{aligned}\right\}$$

$$a_{k+1} - a_k = (C_k - C_{k-1}) \cdot i + M_{k+1} - M_k$$

$$M_{k+1} = M_k \cdot (1+i) + a_{k+1} - a_k$$

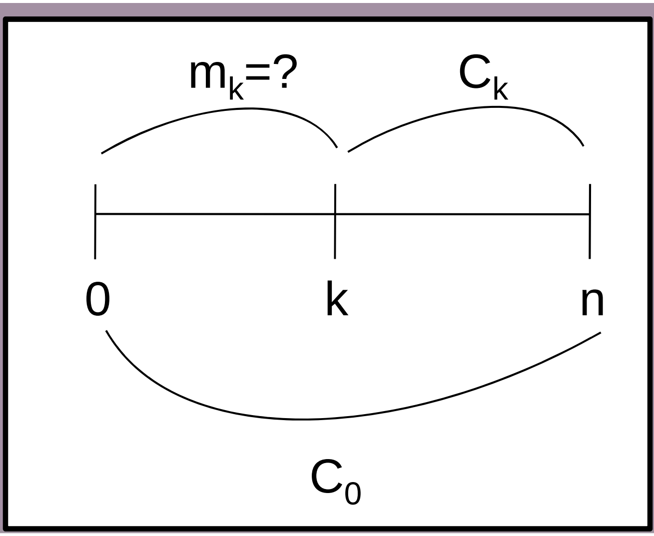
TEMA 8: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (y II)

8.2. Método de amortización mediante rentas variables en progresión geométrica.

c) Capital pendiente al final del periodo "k":

$$C_k = a_{k+1} \cdot \frac{1 - q^{n-k} \cdot (1+i)^{-(n-k)}}{1+i-q}$$

d) Capital amortizado hasta el periodo "k":



$$m_k = C_0 - C_k$$

$$m_k = M_1 + M_2 + \ldots + M_k$$

TEMA 8: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (y II)

8.2. Método de amortización mediante rentas variables en progresión geométrica.

Cuadro de amortización:

n	a_k	I_k	M_k	m_k	C_k
0	…	…	…	…	C_0
1	a_1	$C_0 \cdot i$	$a-I_1$	M_1	C_0-M_1
2	$a_1 \cdot q$	$C_1 \cdot i$	$a-I_2$	M_1+M_2	C_1-M_2
…					
n	$a_{n-1} \cdot q$	$C_{n-1} \cdot i$	$a-I_n$	$M_1+M_2+\ldots+M_n=C_0$	$C_{n-1}-M_n=0$

TEMA 8: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (y II)

8.2. Método de amortización mediante rentas variables en progresión geométrica.

Ejemplo 3:
E. Sr. "X" solicita un préstamo de 12.000 euros a amortizar mediante términos amortizativos variables durante 5 años, que crecen un 10% acumulativamente. Construir el cuadro de amortización si el tipo de interés de la operación es el 3%.

TEMA 8: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (y II)

8.2. Método de amortización mediante rentas variables en progresión geométrica.

n	a_k	I_k	M_k	m_k	C_k
0					12.000,00
1	2.158,05	360,00	1.798,05	1.798,05	10.201,95
2	2.373,86	306,06	2.067,80	3.865,85	8.134,15
3	2.611,24	244,02	2.367,22	6.233,07	5.766,93
4	2.872,37	173,01	2.699,36	8.932,42	3.067,58
5	3.159,60	92,03	3.067,58	12.000,00	0,00

TEMA 8: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (y II)

8.3. Amortización de capital con intereses fraccionados.

Ejemplo 4:

E. Sr. "X" solicita un préstamo de 12.000 euros a amortizar mediante términos amortizativos constantes durante 4 años. Construir el cuadro de amortización si el tipo de interés de la operación es el 3%, capitalizable semestralmente.

TEMA 8: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (y II)

8.3. Amortización de capital con intereses fraccionados.

n	a_k	I_k	M_k	m_k	C_k
0					12.000,00
1	180,00	180,00	0,00	0,00	12.000,00
2	3.047,36	180,00	2.867,36	2.867,36	9.132,64
3	136,99	136,99	0,00	2.867,36	9.132,64
4	3.091,02	136,99	2.954,03	5.821,39	6.178,61
5	92,68	92,68	0,00	5.821,39	6.178,61
6	3.135,99	92,68	3.043,31	8.864,70	3.135,30
7	47,03	47,03	0,00	8.864,70	3.135,30
8	3.182,33	47,03	3.135,30	12.000,00	0,00

TEMA 8: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (y II)

8.4. Valoración de operaciones de amortización de capital. Usufructo y nuda propiedad.

Derechos del prestamista:

a) Percibir el rendimiento que produce la inversión (usufructo).

b) Percibir el reembolso del valor nominal de la inversión en el momento de su amortización (nuda propiedad).

Si el prestamista tiene el primer derecho es <u>usufructuario</u>.

Si el prestamista tiene el segundo derecho es <u>nudo propietario</u>.

Si el prestamista tiene los dos derechos es <u>propietario</u>.

TEMA 8: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (y II)

8.4. Valoración de operaciones de amortización de capital. Usufructo y nuda propiedad.

Valor financiero del préstamo o derecho de pleno dominio al final del periodo "k":

$$V_k = \frac{a_{k+1}}{1+i'} + \frac{a_{k+2}}{(1+i')^2} + \ldots + \frac{a_n}{(1+i')^{n-k}} = \sum_{j=k+1}^{n} \frac{a_j}{(1+i')^{j-k}}$$

$$V_k = \sum_{j=k+1}^{n} \frac{a_j}{(1+i')^{j-k}} = \sum_{j=k+1}^{n} \frac{I_j}{(1+i')^{j-k}} + \sum_{j=k+1}^{n} \frac{M_j}{(1+i')^{j-k}}$$

$$V_k = U_k + N_k$$

donde i´es el tipo de interés del mercado en el periodo "k".

TEMA 8: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (y II)

8.4. Valoración de operaciones de amortización de capital. Usufructo y nuda propiedad.

Relación entre el usufructo y la nuda propiedad (fórmula de Achard):

$$U_k = \frac{i}{i'} \cdot (C_k - N_k)$$

Valor financiero de un préstamo como media ponderada del capital pendiente y de la nuda propiedad (fórmula de Makeham):

$$V_k = \frac{i}{i'} \cdot C_k + \left(1 - \frac{i}{i'}\right) \cdot N_k$$

TEMA 8: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (y II)

8.4. Valoración de operaciones de amortización de capital. Usufructo y nuda propiedad.

Ejemplo 5:

E. Sr. "X" solicita un préstamo de 120.000 euros a amortizar mediante términos amortizativos constantes durante 30 años. Calcular el valor financiero, usufructo y nuda propiedad al final del año vigesimoquinto si el tipo de interés del mercado en este instante es el 2,5% y el tipo de interés de la operación es el 3%.

TEMA 8: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (y II)

8.4. Valoración de operaciones de amortización de capital. Usufructo y nuda propiedad.

Valor financiero del préstamo al final del décimo año:

$$120.000 = a \cdot a_{\overline{30|}0,03}$$

$$a = 6,122,31\ €$$

$$V_{25} = 6.122,31 \cdot a_{\overline{30-25|}0,025} =$$

$$= 6.122,31 \cdot a_{\overline{5|}0,025} = 28.443,20\ €$$

TEMA 8: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (y II)

8.4. Valoración de operaciones de amortización de capital. Usufructo y nuda propiedad.

Nuda propiedad del préstamo al final del décimo año:

$$M_1 = a - I_1 = 6.122,31 - 120.000 \cdot 0,03 = 2.522,31 \text{ €}$$

$$M_{26} = M_1 \cdot (1+i)^{25} = 2.522,31 \cdot (1+0,03)^{25} = 5.281,16 \text{ €}$$

$$N_{25} = \frac{5.281,16}{1,025} + \frac{5.281,16 \cdot 1,03}{(1,025)^2} + \frac{5.281,16 \cdot 1,03^2}{(1,025)^3} + \frac{5.281,16 \cdot 1,03^3}{(1,025)^4} + \frac{5.281,16 \cdot 1,03^4}{(1,025)^5} = 26.014,32 \text{ €}$$

TEMA 8: OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACIÓN DE CAPITAL (y II)

8.4. Valoración de operaciones de amortización de capital. Usufructo y nuda propiedad.

Usufructo del préstamo al final del décimo año:

$$C_{25} = 6.122,31 \cdot a_{\overline{5}|0,03} = 28.038,39 \text{ €}$$

$$U_{25} = \frac{0,03}{0,025} \cdot (C_{25} - N_{25}) =$$

$$= \frac{0,03}{0,025} \cdot (28.038,39 - 26.014,32) =$$

$$= 2.428,88 \text{ €}$$